

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

MODELAGEM DE SERVOMECANISMOS HIDRÁULICOS E SIMULAÇÃO
DE UM SERVOMECANISMO MECÂNICO-HIDRÁULICO

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa
Catarina para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia

Victor Juliano De Negri

Florianópolis, abril de 1987

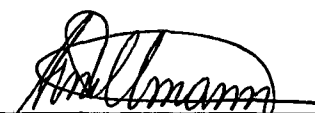
MODELAGEM DE SERVOMECANISMOS HIDRÁULICOS E SIMULAÇÃO
DE UM SERVOMECANISMO MECÂNICO-HIDRÁULICO

VICTOR JULIANO DE NEGRI

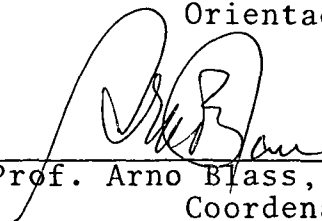
ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE

MESTRE EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA E APROVADA EM SUA FORMA FINAL
PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

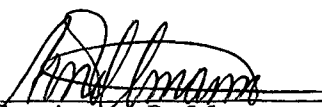


Prof. Arno Bollmann, Dr. - Ing.
Orientador

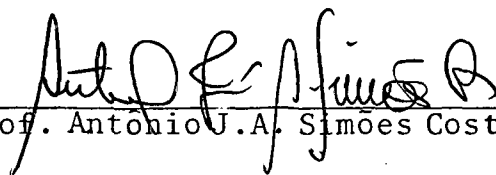


Prof. Arno Blass, Ph.D
Coordenador

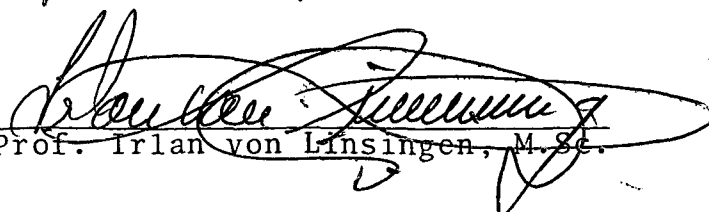
BANCA EXAMINADORA:



Prof. Arno Bollmann, Dr. - Ing.
Presidente



Prof. Antonio U.A. Simões Costa, Ph.D.



Prof. Irlan von Linsingen, M.Sc.

À meus pais
Arlindo (in memoriam)
e Ilka e minha
irmã Sônia

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Arno Bollmann pela orientação, confiança e apoio durante este período.

Ao Professor Antônio J.A. Simões Costa pelas valiosas contribuições dentro de sua especialidade.

Ao Professor Irlan von Linsingen pelas sugestões e pelo interesse e amizade demonstrados.

À Rosely A. Peralta pela compreensão e apoio durante este trabalho.

À EMBRAER pela gentileza e prestesa no fornecimento de informações solicitadas.

E a todos aqueles que colaboraram para o desenvolvimento e execução desta dissertação.

SUMÁRIO

CAPÍTULO I

1. INTRODUÇÃO	1
---------------------	---

CAPÍTULO II

2. MODELAGEM MATEMÁTICA DE SUBSISTEMAS DE SERVOMECANISMOS HIDRÁULICOS	4
2.1 - Preliminares	4
2.2 - Atuadores Eletromagnéticos	6
2.2.1 - Equação da Tensão	7
2.2.2 - Equação do Movimento	8
2.3 - Modelagem Genérica de Servoválvulas e Atuadores .	9
2.3.1 - Equação da Continuidade	14
2.3.2 - Equação da Vazão de Controle	18
2.3.3 - Linearização da Equação da Vazão de Con- trole e Obtenção dos Coeficientes de Ser- voválvulas	21
2.3.4 - Equação Geral do Movimento	24
2.4 - Servoválvula Tipo Carretel de Quatro Vias, de Centro Crítico, Geometria Ideal e Pórticos Retan- gulares	27
2.4.1 - Equação da Continuidade	29
2.4.2 - Equação do Movimento	36
2.5 - Servoválvulas Tipo Bocal-Defletor de Quatro vias com Extremidade Fina	42
2.5.1 - Equação da Continuidade	42
2.5.2 - Equação do Movimento	49
2.6 - Atuadores Tipo Cilindro Hidráulico de Duplo Efe <u>i</u> to	51

4.1 - Preliminares	94
4.2 - Descrição do Sistema	94
4.3 - Modelagem Matemática	100
4.3.1 - Modo de Operação 'a'	100
4.3.2 - Modo de Operação 'b'	109
4.4 - Descrição Matemática por Equações Dinâmicas	110
4.4.1 - Modo de Operação 'a'	111
4.4.2 - Modo de Operação 'b'	112
4.5 - Análise de Resultados	113
CAPÍTULO V	
5. CONCLUSÃO	129
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	132
APÊNDICE A - DEDUÇÃO DAS FORÇAS DE ESCOAMENTO AXIAIS PA- RA UMA CÂMARA DE SERVOVÁLVULA TIPO CARRE- TEL	135
APÊNDICE B - DEDUÇÃO DAS FORÇAS DE ESCOAMENTO PARA UMA CÂMARA DE SERVOVÁLVULA TIPO BOCAL-DEFLETOR DE EXTREMIDADE FINA	140

2.6.1 - Equação da Continuidade	52
2.6.2 - Equação do Movimento	57
2.7 - Atuadores Tipo Motor Hidráulico	59
2.7.1 - Equação da Continuidade.....	59
2.7.2 - Equação do Movimento	62
2.8 - Servoválvulas Eletro-hidráulicas de um Estágio .	63
2.9 - Servoválvulas Eletro-hidráulicas de Dois Está- gios com Realimentação de Posição	66
2.9.1 - Servoválvulas Eletro-hidráulicas de Dois Estágios com Realimentação por Força (Realimentação Mecânica)	71
2.9.2 - Servoválvulas Eletro-hidráulicas de Dois Estágios com Realimentação Direta (Se- guidor Hidráulico)	74
2.9.3 - Servoválvulas Eletro-hidráulicas de Dois Estágios Centradas por Mola	76

CAPÍTULO III

3. DESCRIÇÃO MATEMÁTICA DE SISTEMAS E ESPECIFICAÇÃO DE PROGRAMAS EMPREGADOS PARA SIMULAÇÃO E ANÁLISE	79
3.1 - Preliminares	79
3.2 - Descrição Matemática por Equações Dinâmicas	81
3.3 - Programas para Simulação e Análise	86
3.3.1 - Programa para Simulação	87
3.3.2 - Programa para o Cálculo de Auto-Valores.	89
3.3.3 - Programa para o Traçado do Lugar das Raízes	90

CAPÍTULO IV

4. SIMULAÇÃO E ANÁLISE DE UM SERVOMECANISMO MECÂNICO-HI- DRÁULICO	94
--	----

SIMBOLOGIA

PARÂMETROS E VARIÁVEIS

A	= Coeficiente de amortecimento viscoso (genérico) $ N \text{ m s rad}^{-1} $.
A_a	= Coeficiente de amortecimento viscoso do atuador $ N \text{ m s rad}^{-1} $.
A_b	= Área do bocal $ m $.
A_c	= Coeficiente de amortecimento viscoso da carga $ N \text{ m s rad}^{-1} $.
A_e	= Área lateral externa do ressalto do carretel $ m^2 $.
A_j	= Área do orifício de controle 'j' $ m^2 $.
A_j	= Área da seção transversal do j-ésimo segmento de canalização $ m $.
A_m	= Coeficiente de amortecimento viscoso da armadura $ N \text{ m s rad}^{-1} $.
A_p	= Área do pistão (para atuadores não-diferenciais) $ m^2 $.
A_{p1}, A_{p2}	= Área do pistão nas câmaras '1' e '2' $ m^2 $.
A_r	= Área lateral interna do ressalto do carretel $ m^2 $.
A_s	= Área de contato entre superfícies móveis (para determinação da força de atrito) $ m^2 $.
A_{vj}	= Área da vena contracta originada pelo escoamento no orifício de controle 'j' $ m^2 $.
B	= Coeficiente de amortecimento viscoso (genérico) $ N \text{ s m}^{-1} $.
B_a	= Coeficiente de amortecimento viscoso do atuador $ N \text{ s m}^{-1} $.
B_c	= Coeficiente de amortecimento viscoso de carga $ N \text{ s m}^{-1} $.
B_f	= Coeficiente de amortecimento viscoso devido ao escoamento induzido no circuito '1' (cap.(4)) $ N \text{ s m}^{-1} $.

B_m	= Coeficiente de amortecimento viscoso da armadura $ N \text{ s m}^{-1} $.
B_v	= Coeficiente de amortecimento viscoso associado à força de escoamento em servoválvulas tipo carretel $ N \text{ s m}^{-1} $.
C_c	= Coeficiente de contração $ ADM $.
C_d	= Coeficiente de descarga $ ADM $.
C_{db}	= Coeficiente de descarga do bocal $ ADM $.
C_{dj}	= Coeficiente de descarga no orifício de controle 'j' $ ADM $.
C_{do}	= Coeficiente de descarga no orifício fixo $ ADM $.
C_e	= Coeficiente de vazamento externo para cada câmara $ m^3 \text{ s}^{-1} \text{ Pa}^{-1} $.
C_{e1}, C_{e2}	= Coeficiente de vazamento externo para as câmaras '1' e '2' $ m^3 \text{ s}^{-1} \text{ Pa}^{-1} $.
C_{in}	= Coeficiente de vazamento interno $ m^3 \text{ s}^{-1} \text{ Pa}^{-1} $.
C_r	= Coeficiente de vazão na restrição (cap. (4)) $ m^3 \text{ s}^{-1} \text{ Pa}^{-1} $.
C_v	= Coeficiente de velocidade $ ADM $.
d	= Densidade do fluido $ ADM $.
D_b	= Diâmetro do bocal $ m $.
D_e	= Diâmetro externo da canalização 'unidade de controle-atuadores' (cap. (4)) $ m $.
d_ℓ	= Distância entre o eixo do leme e o ponto de fixação da haste do atuador no leme (cap. (4)) $ m $.
D_m	= Deslocamento volumétrico do motor $ m^3 \text{ rad}^{-1} $.
D_o	= Diâmetro do orifício fixo $ m $.
D_p	= Diâmetro do pistão $ m $.
D_s	= Distância entre duas superfícies (para determinação da força de atrito) $ m $.
dV	= Diferencial de volume $ m^3 $.

- e = Espessura de parede da canalização 'unidade de contro-le-atuadores' (cap. (4)) $|m|$.
- F = Força externa aplicada (genérico) $|N|$.
- F_{1c} = Força em regime transiente atuante no carretel $|N|$.
- F_{2c} = Força em regime permanente atuante no carretel $|N|$.
- F_{1x} = Força de aceleração do fluido na câmara da servoválvula $|N|$.
- F_{2x} = Componente da força devido a aceleração do fluido na vena contracta $|N|$.
- F_a = Força desenvolvida pelo atuador $|N|$.
- F_{ac} = Força de atrito de Coulomb $|N|$.
- F_{acm} = Força de atrito de Coulomb máxima $|N|$.
- F_{av} = Força de atrito viscoso $|N|$.
- F_c = Força de carga $|N|$.
- F_{cm} = Força de carga arbitrária na armadura $|N|$.
- F_ℓ = Força entre a haste de realimentação '1' e o leme (cap. (4)) $|N|$.
- F_m = Força total disponível na armadura devido à entrada de corrente $|N|$.
- F_{mc} = Força para vencer as molas de centragem do carretel $|N|$.
- F_r = Força entre a haste de realimentação '2' e a alavanca de soma (cap. (4)) $|N|$.
- F_r = Força de escoamento axial resultante no carretel (para servoválvulas tipo carretel) $|N|$.
- F_r = Força resultante no defletor devido ao fluido (para servoválvulas tipo bocal-defletor) $|N|$.
- f_r = Folga radial $|m|$.
- F_{r1}, F_{r2} = Força resultante no defletor devido ao fluido nas câmaras '1' e '2' $|N|$.
- F_v = Força necessária para movimentar o carretel $|N|$.

- $f_v(\theta_a)$ = Função descritiva da variação dos volumes em função da rotação do motor.
- G = Rigidez torsional (genérico) $|\text{N m rad}^{-1}|$.
- G_a = Rigidez torsional da mola de centragem da armadura $|\text{N m rad}^{-1}|$.
- G_c = Rigidez torsional associada à carga $|\text{N m rad}^{-1}|$.
- G_e = Rigidez torsional magnética do motor de torque $|\text{N m rad}^{-1}|$.
- G_m = Rigidez torsional efetiva da armadura $|\text{N m rad}^{-1}|$.
- G_v = Rigidez torsional da mola de centragem do defletor $|\text{N m rad}^{-1}|$.
- H_e, H_r = Relações geométricas para a alavanca de soma (cap. 4)) $|\text{ADM}|$.
- H_i = Relação geométrica para a alavanca de acionamento da servoválvula (cap. (4)) $|\text{ADM}|$.
- H_{ri} = Relação geométrica para hastes de realimentação (cap. (4)) $|\text{ADM}|$.
- I_1, I_2 = Corrente em cada bobina $|\text{A}|$.
- I_m = Corrente diferencial (para bobinas diferenciais) $|\text{A}|$.
- I_m = Corrente total (para bobinas em paralelo) $|\text{A}|$.
- J = Momento de inércia (genérico) $|\text{kg m}^2|$.
- J_a = Momento de inércia do atuador $|\text{kg m}^2|$.
- J_c = Momento de inércia da carga $|\text{kg m}^2|$.
- J_c = Momento de inércia do leme em relação ao eixo de rotação (cap. (4)) $|\text{kg m}^2|$.
- J_m = Momento de inércia da armadura $|\text{kg m}^2|$.
- J_v = Momento de inércia do defletor $|\text{kg m}^2|$.
- K = Rigidez (genérico) $|\text{N m}^{-1}|$.
- K_1 = Rigidez estrutural entre as hastes dos atuadores e o leme (cap. (4)) $|\text{N m}^{-1}|$.

K_2	= Rigidez estrutural entre os cilindros e o estabilizador vertical (cap. (4)) $ \text{N m}^{-1} $.
K_a	= Rigidez da mola de centragem da armadura $ \text{N m}^{-1} $.
K_{bf}	= Coeficiente de força eletro-motriz induzida para cada bobina $ \text{V s m}^{-1} $.
K_{bt}	= Coeficiente de força eletro-motriz induzida para cada bobina $ \text{V s rad}^{-1} $.
K_c	= Rigidez associada a carga $ \text{N m}^{-1} $.
K_c	= Rigidez estrutural equivalente (cap. (4)) $ \text{N m}^{-1} $.
K_{ci}	= Coeficiente de vazão-pressão $ \text{m}^5 \text{N}^{-1} \text{s}^{-1} $.
K_e	= Rigidez magnética do motor de força $ \text{N m}^{-1} $.
K_f	= Ganho do motor de força $ \text{N A}^{-1} $.
K_h	= Rigidez da haste de realimentação $ \text{N m}^{-1} $.
K_m	= Rigidez efetiva da armadura $ \text{N m}^{-1} $.
K_{mc}	= Rigidez de cada mola de centragem do carretel $ \text{N m}^{-1} $.
K_{pi}	= Ganho de pressão $ \text{N m}^{-3} $.
K_{qi}	= Ganho de vazão $ \text{m}^2 \text{s}^{-1} $.
K_t	= Ganho do motor de torque $ \text{N m A}^{-1} $.
K_v	= Rigidez associada à força de escoamento em servoválvulas tipo carretel $ \text{N m}^{-1} $.
K_{ve}	= Rigidez efetiva do carretel $ \text{N m}^{-1} $.
L	= Comprimento característico da câmara de servoválvulas (genérico) $ \text{m} $.
L_3, L_4, L_5, L_6	= Comprimentos característicos nas câmaras de servoválvulas tipo carretel $ \text{m} $.
L_b	= Indutância própria de cada bobina $ \text{H} $.
ℓ_p	= Comprimento do pórtico (de servoválvulas tipo carretel) $ \text{m} $.
L_r	= Comprimento característico de retorno $ \text{m} $.
ℓ_r	= Comprimento do ressalto (de servoválvulas tipo carretel ou de atuadores tipo cilindro hidráulico) $ \text{m} $.

L_s	= Comprimento característico de suprimento $ m $.
M	= Massa (genérico) $ kg $.
m	= Número de entradas.
m_1	= Número de entradas de referência.
m_2	= Número de entradas de perturbação.
M_a	= Massa do atuador $ kg $.
M_c	= Massa de carga $ kg $.
M_f	= Massa efetiva do fluido $ kg $.
M_{hr1}, M_{hr2}	= Massa das hastes de realimentação (cap. (4)) $ kg $.
M_m	= Massa da armadura $ kg $.
M_v	= Massa do carretel $ kg $.
n	= Número de segmentos de canalização.
n	= Número de variáveis de estado.
P	= Pressão do sistema $ Pa $.
P	= Pressão na câmara de servoválvulas (genérico) $ Pa $.
P_1, P_2	= Pressão nas linhas '1' e '2' $ Pa $.
P_b	= Pressão no bocal $ Pa $.
P_c	= Diferença de pressão de carga $ Pa $.
p_c	= Variação da diferença de pressão de carga em relação ao ponto de operação 'i' $ Pa $.
P_d	= Pressão na linha de dreno $ Pa $.
P_n	= Pressão nominal $ Pa $.
P_r	= Pressão de retorno $ Pa $.
P_r	= Pressão de retorno da unidade de controle (cap. (4)) $ Pa $.
P_s	= Pressão de suprimento $ Pa $.
P_{suc}	= Pressão de suprimento para a unidade de controle (cap. (4)) $ Pa $.
P_{vs}	= Perda de carga na válvula solenoide (cap. (4)) $ Pa $.

- Q = Vazão através da câmara de servoválvula (considerando fluido incompressível) $|m^3 s^{-1}|$.
 q = Número de saídas.
 Q_1, Q_2 = Vazão nas linhas '1' e '2' $|m^3 s^{-1}|$.
 Q_3, Q_4, Q_5, Q_6 = Vazão nos orifícios de controle $|m^3 s^{-1}|$.
 Q_a = Vazão no atuador (cap. (4)) $|m^3 s^{-1}|$.
 Q_c = Vazão de controle $|m^3 s^{-1}|$.
 q_c = Variação da vazão de controle em relação ao pondo de operação 'i' $|m^3 s^{-1}|$.
 Q_{cn} = Vazão nominal de controle $|m^3 s^{-1}|$.
 Q_{e1}, Q_{e2} = Vazão de fuga externa nas câmaras '1' e '2' do atuador $|m^3 s^{-1}|$.
 Q_{in} = Vazão de fuga interna (vazamento interno) $|m^3 s^{-1}|$.
 Q_j = Vazão no orifício de controle 'j' $|m^3 s^{-1}|$.
 Q_r = Vazão através da restrição (cap. (4)) $|m^3 s^{-1}|$.
 r = Comprimento útil do defletor $|m|$.
 r = Raio de arredondamento $|m|$.
 R_b = Resistência de cada bobina $|\Omega|$.
 r_p = Raio do pórtico (de servoválvulas tipo carretel) $|m|$.
 s = Comprimento da haste de realimentação $|m|$.
 T = Temperatura do sistema $|K|$.
 T = Torque externo aplicado (genérico) $|N m|$.
 t = Tempo $|s|$.
 T_a = Torque desenvolvido pelo motor $|N m|$.
 T_c = Torque de carga $|N m|$.
 T_c = Torque de carga no leme em relação ao eixo de rotação (cap. (4)) $|N m|$.
 T_{cm} = Torque de carga no motor de torque $|N m|$.
 T_h = Torque da haste de realimentação $|N m|$.

- T_m = Torque total disponível na armadura devido a entrada de corrente $|N\ m|$.
- T_v = Torque externo aplicado no defletor $|N\ m|$.
- $U_i(t)$ = Entradas.
- V = Velocidade equivalente do ar (cap. (4)) $|m\ s^{-1}|$.
- V = Volume de controle $|m^3|$.
- v = Fator de compensação de viscosidade (cap. (4)).
- V_1, V_2 = Volume total nas linhas '1' e '2' $|m^3|$.
- V_{10}, V_{20} = Volume inicial das linhas '1' e '2' $|m^3|$.
- V_{a1}, V_{a2} = Volume das câmaras '1' e '2' do atuador (incluindo canalização das linhas) $|m^3|$.
- V_b = Velocidade do fluido no bocal $|m\ s^{-1}|$.
- V_c = Volume de cada câmara (cap. (4)) $|m^3|$.
- V_f = Volume total de fluido nas câmaras '1' e '2' do atuador $|m^3|$.
- V_f = Volume total de fluido nas câmaras externas '1' e '2' do carretel $|m^3|$.
- V_j = Volume do fluido no j-ésimo segmento de canalização $|m^3|$.
- V_m = Tensão aplicada em cada bobina $|V|$.
- V_t = Volume total contido em ambas as linhas $|m^3|$.
- V_{v1}, V_{v2} = Volume das câmaras '1' e '2' da servoválvula $|m^3|$.
- V_{xsc} = Componente axial da velocidade do fluido na superfície de controle $|m\ s^{-1}|$.
- V_{xvc} = Componente axial da velocidade do fluido no volume de controle $|m\ s^{-1}|$.
- w = Perímetro do pórtico ou fração deste $|m|$.
- X = Deslocamento linear (genérico) $|m|$.
- X_a = Deslocamento do atuador $|m|$.
- X_e = Deslocamento da haste de entrada (cap. (4)) $|m|$.
- $X_i(t)$ = Variáveis de estado.
- X_ℓ = Deslocamento da haste na realimentação '1' (cap. (4)) $|m|$.

X_m	= Deslocamento linear da armadura $ m $.
X_r	= Deslocamento da haste de realimentação '2' (cap. (4)) $ m $.
X_v	= Deslocamento da servoválvula $ m $.
x_v	= Variação do deslocamento da servoválvula em relação ao ponto de operação 'i' $ m $.
X_{ve}	= Folga entre um bocal e o defletor na posição de equilíbrio $ m $.
X_{vn}	= Deslocamento nominal da servoválvula $ m $.
$Y_i(t)$	= Saídas.

MATRIZES E VETORES

A	= Matriz real constante de ordem $n \times n$.
B	= Matriz real constante de ordem $n \times m$.
B_1	= Matriz real constante de ordem $n \times m_1$.
B_2	= Matriz real constante de ordem $n \times m_2$.
C	= Matriz real constante de ordem $q \times n$.
D	= Matriz real constante de ordem $q \times m$.
D_1	= Matriz real constante de ordem $q \times m_1$.
D_2	= Matriz real constante de ordem $q \times m_2$.
dA	= Diferencial de área $ m^2 $.
I_n	= Matriz identidade de ordem n .
K	= Matriz real constante de ordem $m \times n$.
$PT(t)$	= Vetor de entradas de perturbação de ordem $m_2 \times 1$.
$R(t)$	= Vetor de entradas de referência de ordem $m_1 \times 1$.
$U(t)$	= Vetor de entradas de ordem $m \times 1$.
$V(t)$	= Vetor de entradas no sistema de ordem $m \times 1$.

V	= Vetor velocidade $ m\ s^{-1} $.
$W(t)$	= Vetor de entradas de realimentação.
$X(t)$	= Vetor de estados de ordem $n \times 1$.
$Y(t)$	= Vetor de saídas de ordem $q \times 1$.

LETRAS GREGAS

α_i	= Coeficiente de expansão volumétrica $ K^{-1} $.
β_i	= Módulo de elasticidade volumétrica isotérmico $ Pa $.
β_{1i}, β_{2i}	= Módulo de elasticidade volumétrica efetivo para as linhas '1' e '2' $ Pa $.
β_{e0}	= Módulo de elasticidade volumétrica efetivo $ Pa $.
ΔP_j	= Queda de pressão no orifício de controle 'j' $ Pa $.
θ	= Deslocamento angular (genérico) $ rad $.
θ_a	= Deslocamento angular do motor $ rad $.
θ_f	= Ângulo do jato medido entre a normal à vena contracta e a direção axial $ rad $.
θ_ℓ	= Deslocamento angular do leme (cap. (4)) $ rad $.
θ_m	= Deslocamento angular da armadura $ rad $.
θ_v	= Deslocamento angular da servoválvula $ rad $.
μ	= Viscosidade absoluta do fluido $ Pa\ s $.
ν	= Viscosidade cinemática do fluido $ m^2\ s^{-1} $.
ρ	= Massa específica do fluido $ kg\ m^{-3} $.
ΣF	= Somatória de forças que agem no volume de controle $ N $.
ΣQ_e	= Somatória das vazões que entram no volume de controle $ m^3\ s^{-1} $.
ΣQ_s	= Somatória das vazões que saem do volume de controle $ m^3\ s^{-1} $.

IDENTIFICADORES

'ADM'	=	Adimensional.
' $\hat{=}$ '	=	Igual por definição.
'em negrito'	=	Matrizes e vetores.
'sobreíndice 'p''	=	Denota parâmetro ou variável associado com servoválvula piloto (1º estágio).
'subíndice 'i''	=	Designa o valor da variável no ponto de operação 'i'.
'subíndice '0''	=	Designa o valor da variável no ponto de operação 'i = 0'.

RESUMO

Neste trabalho é desenvolvida a modelagem matemática dos principais componentes de servosistemas hidráulicos.

Partindo de leis básicas que regem os fenômenos físicos envolvidos, são detalhados os passos e simplificações necessários até a obtenção das equações lineares que modelam cada sub-sistema.

Modelos não-lineares ou baseados em formulações não convencionais podem também ser gerados com o auxílio das expressões básicas aqui apresentadas.

Para viabilizar a análise e simulação lineares, é apresentado um conjunto de programas cuja estrutura fundamenta-se na descrição matemática por equações dinâmicas, empregando também os conceitos da técnica do lugar das raízes.

Com o desenvolvimento de modelos lineares, o comportamento de um sistema de controle de leme de um avião de fabricação nacional é analisado e simulado para duas condições de operação, avaliando-se alguns aspectos específicos do sistema e a influência de parâmetros significativos.

ABSTRACT

This work deals with the mathematical modeling of the main components of hydraulic servosystems.

The linear equations of the system being studied are obtained from the basic laws which govern the corresponding physical phenomena.

Non-linear or non-conventional models can also be obtained with the basic equations here presented.

The linear analysis and simulation are facilitated by a group of computer algorithms based on the state-variable description and on the root-locus method of the classical control theory.

The rudder control system of a national airplane is analysed and simulated for two operation conditions. The influence of significant parameters and specific characteristics of the system are then evaluated.

CAPÍTULO I

1. INTRODUÇÃO

Nos sistemas de controle, que requerem elevada potência de saída, os servomecanismos hidráulicos atuam com compacidade e eficiência, permitindo respostas rápidas e precisas [5], [16].

Um servomecanismo hidráulico compreende um conjunto de elementos para controle de potência fluida, onde a servoválvula é o subsistema de interface entre a energia hidráulica e a energia de acionamento.

A natureza da energia de acionamento define o tipo de servomecanismo, sendo de uso mais frequente os tipos mecânico-hidráulico e eletro-hidráulico. Estes tem aplicação em máquinas ferramentas, equipamento móbil, siderurgia, aviação, robótica, indústrias petroquímicas, controle de turbinas, e outras [5], [13], [16].

Para fins de análise e projeto de um servomecanismo, duas etapas tornam-se fundamentais: inicialmente a modelagem física e matemática e, a partir desta, a manipulação das equações matemáticas para a adequação do modelo à teoria de controle empregada.

O estudo de servomecanismos hidráulicos é complexo e rico em detalhes, dificultando o estabelecimento preciso das equações que regem cada subsistema e a sua interrelação na construção de um modelo global. Em nosso país este assunto se apre-

senta em uma etapa inicial de estudos e portando há carência de informações, dados e resultados de pesquisas realizadas no Brasil.

Diversos autores estrangeiros tem estudado servomecanismos hidráulicos, devendo-se ressaltar a publicação de Merritt [14], que desenvolve modelos matemáticos bastante completos dos principais elementos que constituem os servomecanismos hidráulicos, lançando mão da teoria clássica de controle para a análise dos sistemas. Um aspecto importante é a visão de conjunto proporcionada pelo autor. Não menos importantes, Blackburn, Reethof & Shearer [1], bem como McCloy & Martin [11], contribuem de forma expressiva para a análise e projeto destes sistemas.

Neste trabalho, objetiva-se estudar a modelagem dos principais subsistemas que compõe os servomecanismos hidráulicos, incluindo a obtenção detalhada dos modelos matemáticos. As equações lineares estão dispostas de forma a se apresentarem claras e objetivas, o que favorece sua aplicabilidade prática.

Para fins de aplicação do conteúdo teórico estudado, foi realizada uma simulação e análise linear de um servomecanismo mecânico-hidráulico real. Como teoria de controle, empregou-se a descrição por variáveis de estado, juntamente com alguns conceitos da descrição entrada-saída.

A opção por análise linear a coeficientes constantes se deve ao fato da teoria de controle linear estar muito mais desenvolvida que a não-linear, proporcionando um método simples e rápido para a análise e projeto de sistemas. Desta forma, mesmo quando for necessária a inclusão de fenômenos não-linearizáveis ou em que sua linearização induza a erros significativos,

é indicado o uso da análise linear como uma aproximação inicial para, posteriormente, refinar a análise com ferramentas não lineares [21].

Por fim, a ênfase na teoria moderna de controle (enfoque por variáveis de estado) em relação a teoria clássica de controle, se justifica pelos seguintes aspectos [3], [6], entre outros:

— No domínio tempo, permite informações acerca de um grande número de variáveis, e não somente a variável de saída, como na teoria de controle clássico.

— A linguagem matemática desta teoria (matrizes, espaços vetoriais lineares, etc) e sua técnica no domínio tempo, são ideais para o uso em computadores digitais e analógicos.

— Análises mais precisas, ou seja, com maior número de variáveis, podem ser feitas com maior facilidade que na descrição entrada-saída a qual é melhor adaptada a sistemas de ordem reduzida.

— Entradas e cargas imperfeitas podem ser facilmente manuseadas.

CAPÍTULO II

2. MODELAGEM MATEMÁTICA DE SUBSISTEMAS DE SERVOMECANISMOS HIDRÁULICOS

2.1 - Preliminares

O conjunto de subsistemas que compõe um servomecanismo varia de acordo com a aplicação específica. Porém, pode-se identificar três subsistemas básicos, normalmente presentes nos servosistemas hidráulicos, quais sejam:

— SERVOVÁLVULA: basicamente é um dispositivo que converte a energia de acionamento (normalmente de natureza elétrica ou mecânica) em energia hidráulica, amplificando os níveis de potência. Fundamentalmente, isto é feito através de um controle preciso da vazão em resposta a um sinal de entrada [5].

— ATUADOR HIDRÁULICO: é o elemento que converte a energia hidráulica em mecânica e através do qual é alcançado o controle das variáveis de saída.

— SENSORES DE ERRO: também chamados comparadores, são dispositivos utilizados para fornecer um sinal de entrada (erro) para a servoválvula em função da diferença entre o valor assumido por uma dada variável, associada ao atuador, e um valor de referência (entrada).

Uma configuração com estes três elementos é apresentada na figura (2.1.1).

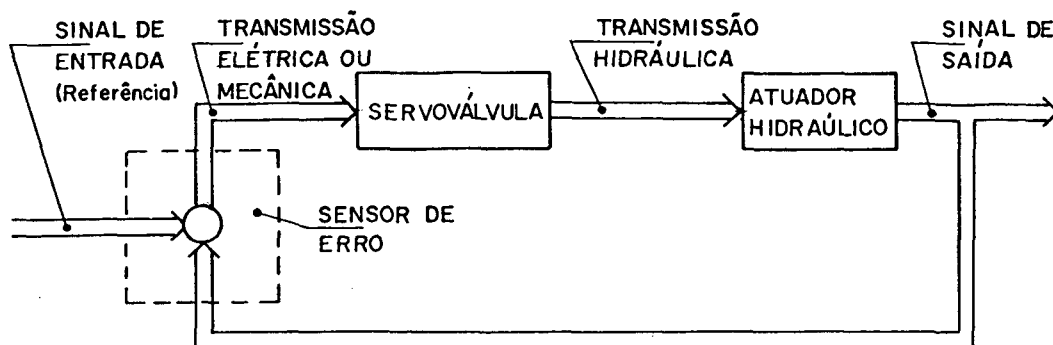


Figura (2.1.1) - Configuração básica de um servomecanismo hidráulico.

Neste capítulo, modela-se os tipos principais de servoválvulas (e os elementos que as compõem) e de atuadores hidráulicos, não mencionando os sensores de erro por normalmente serem de equacionamento mais fácil [10], [19].

A fim de obter uma descrição mais rigorosa dos fenômenos físicos, é obedecido um certo rigorismo matemático das deduções. Além disso, as equações lineares finais de cada seção são facilmente combináveis para descrever um servomecanismo completo.

É importante frisar que este capítulo está baseado nas seguintes obras:

- Merritt [14], na modelagem de todos os subsistemas, por ser a obra mais completa dentre as consultadas.
- Blackburn, Reethof & Shearer [1], na modelagem de atuadores eletromagnéticos e servoválvulas tipo bocal-defletor.
- Stringer [21], no equacionamento de servoválvulas eletro-hidráulicas de um estágio.
- Nikiforuk, Tsai & Ukrainetz [17], no equacionamento de

servoválvulas eletro-hidráulicas de dois estágios centradas por mola.

2.2 - Atuadores Eletromagnéticos

Existem diversos tipos de atuadores elétricos que podem ser empregados no acionamento de servoválvulas de um ou dois estágios porém, os dispositivos eletromagnéticos são os mais largamente utilizados. Estes são conhecidos como MOTOR DE FORÇA ou MOTOR DE TORQUE, dependendo se produzem um movimento de translação ou de rotação como resposta a uma corrente de entrada [1], [14]. Na figura (2.2.1) apresenta-se os dois tipos de atuadores.

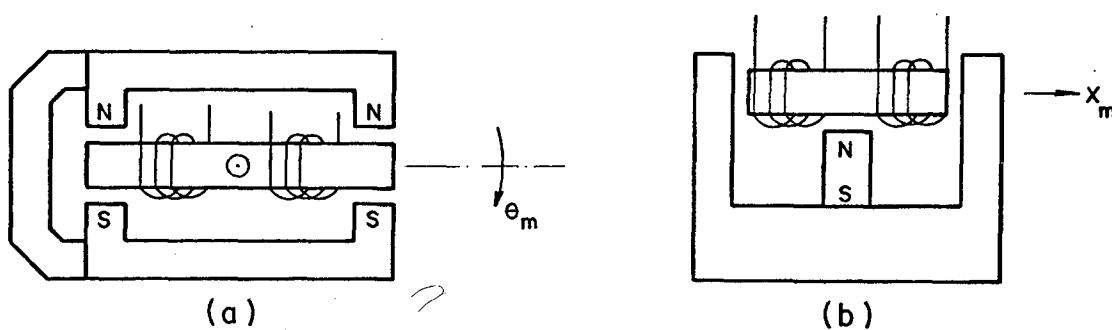


Figura (2.2.1) - Tipos de atuadores eletromagnéticos. a) Motor de torque; b) Motor de força.

As bobinas que compõem os atuadores eletromagnéticos podem ser conectadas de diferentes formas [15], sendo mais comuns as conexões diferencial e em paralelo [14], conforme figura (2.2.2).

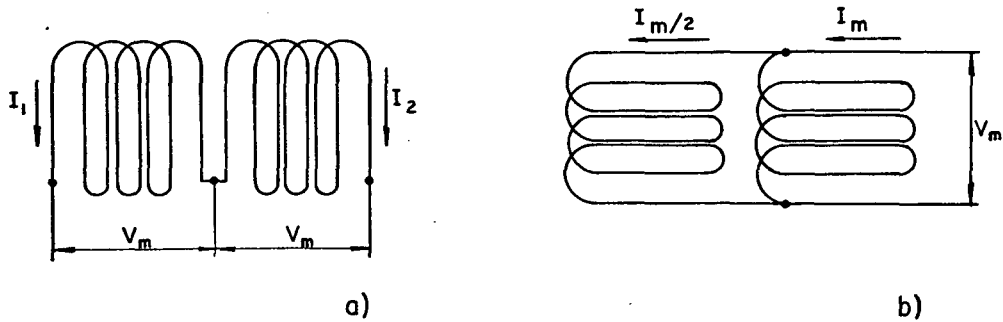


Figura (2.2.2) - Formas mais comuns de conexão de bobinas. a) forma diferencial; b) forma paralela.

2.2.1 - Equação da Tensão

De acordo com [14] e [1], a equação da tensão pode ser dada como:

— Para motor de força:

$$V_m = L_b \frac{dI_m}{dt} + \frac{R_b}{2} I_m + K_{bf} \frac{dX_m}{dt} \quad (2.2.1)$$

onde:

Para bobinas diferenciais:

V_m = tensão aplicada em cada bobina [V].

L_b = auto-indutância de cada bobina [H].

$I_m = I_1 - I_2$ = corrente diferencial [A].

I_1, I_2 = corrente em cada bobina [A].

R_b = resistência de cada bobina [Ω].

K_{bf} = coeficiente de força eletro-motriz induzida para cada bobina [$V \cdot s \cdot m^{-1}$].

X_m = deslocamento linear da armadura $|m|$.

Para bobinas em paralelo, o mesmo que o item anterior com exceção de:

I_m = corrente total ($I_m/2$ em cada bobina) $|A|$.

— Para motor de torque:

$$V_m = L_b \frac{dI_m}{dt} + \frac{R_b}{2} I_m + K_{bt} \frac{d\theta_m}{dt} \quad (2.2.2)$$

onde:

Para bobinas diferenciais e paralelas:

K_{bt} = coeficiente de força eletro-motriz induzida para cada bobina $|V \text{ s rad}^{-1}|$.

θ_m = deslocamento angular na armadura $|rad|$.

Demais parâmetros e variáveis idênticos ao motor de força.

2.2.2 - Equação do Movimento

— Para motor de força:

$$F_m = K_f I_m = M_m \frac{d^2 X_m}{dt^2} + B_m \frac{dX_m}{dt} + K_m X_m + F_{cm} \quad (2.2.3)$$

onde:

F_m = força total disponível na armadura devido à entrada de corrente $|N|$.

K_f = ganho do motor de força $|N \text{ A}^{-1}|$.

M_m = massa da armadura $|kg|$.

B_m = coeficiente de amortecimento viscoso da armadura $|N s m^{-1}|$.

$K_m = K_a - K_e$ = rigidez efetiva da armadura $|N m^{-1}|$.

K_a = rigidez da mola de centragem da armadura $|N m^{-1}|$.

K_e = rigidez magnética do motor de força $|N m^{-1}|$.

F_{cm} = força de carga arbitrária na armadura $|N|$.

— Para motor de torque:

$$T_m = K_t I_m = J_m \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} + A_m \frac{d\theta_m}{dt} + G_m \theta_m + T_{cm} \quad (2.2.4)$$

onde:

T_m = torque total disponível na armadura devido a entrada de corrente $|N m|$.

K_t = ganho do motor de torque $|N m A^{-1}|$.

J_m = momento de inércia da armadura $|kg m^2|$.

A_m = coeficiente de amortecimento viscoso da armadura $|N m s rad^{-1}|$.

$G_m = G_a - G_e$ = rigidez torsional efetiva da armadura $|N m rad^{-1}|$.

G_a = rigidez torsional da mola de centragem da armadura $|N m rad^{-1}|$.

G_e = rigidez torsional magnética do motor de torque $|N m rad^{-1}|$.

T_{cm} = torque de carga no motor de torque $|N m|$.

2.3 - Modelagem Genérica de Servoválvulas e Atuadores

Para que se possa representar matematicamente um sistema

ma servoválvula-atuador, é necessário um conjunto de quatro equações básicas que são: a equação da CONTINUIDADE e a equação do MOVIMENTO aplicadas individualmente à SERVOVÁLVULA e ao ATUADOR. Neste intento, a fim de proceder a uma análise geral, considera-se primeiramente diversos tipos de servoválvulas com indicação de algumas variáveis associadas a elas, conforme mostrado nas figuras (2.3.1) e (2.3.2). Nelas, as linhas tracejadas delimitam volumes de controle, as setas indicam o sentido positivo das variáveis, e os números nos pórticos tem correspondência nos sub-índices de vazões e áreas.

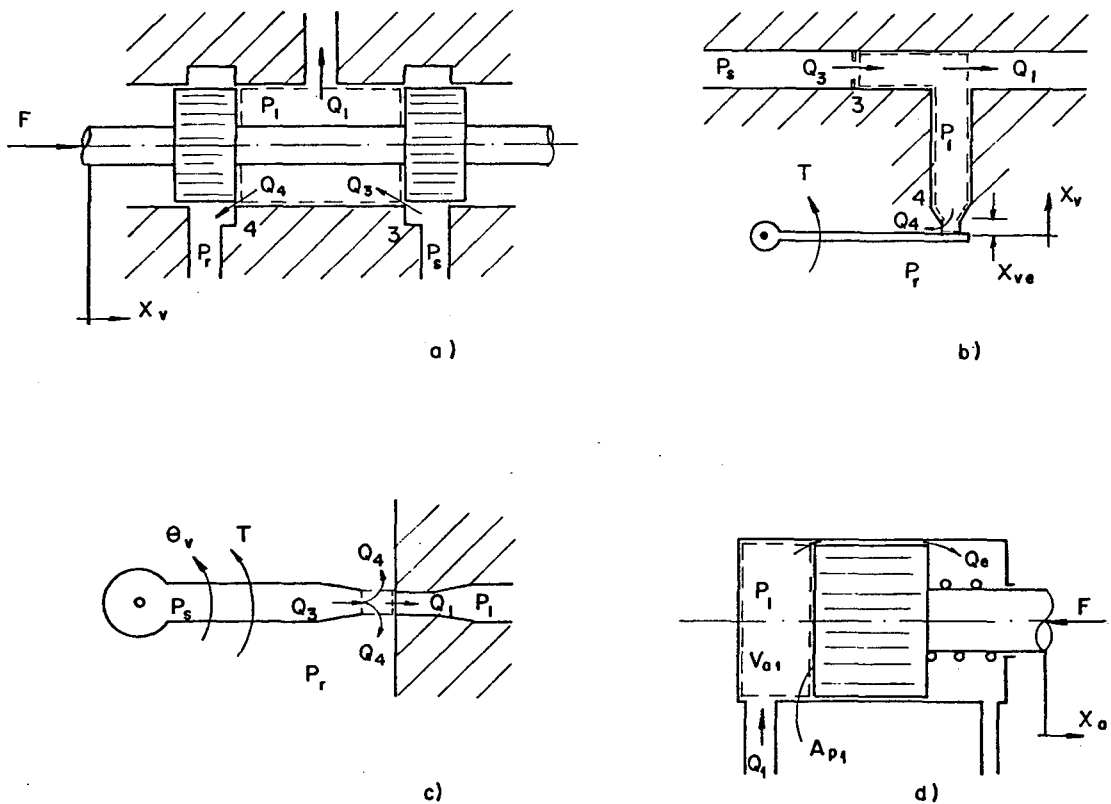
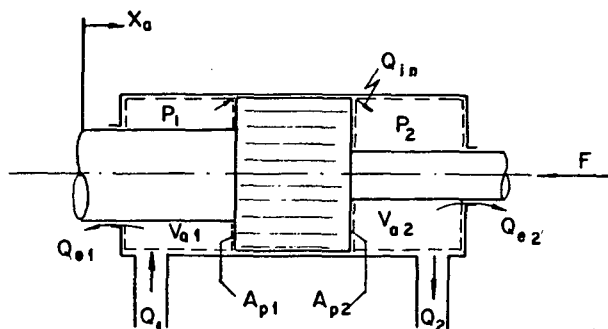
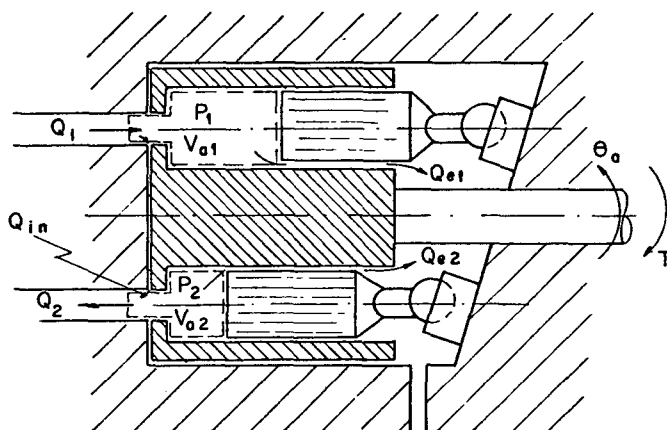


Figura (2.3.1) - Especificação de vazões, pressões, forças e deslocamentos para diversos tipos de servoválvulas de três vias e atuadores correspondentes. a) Servoválvulas tipo carretel com dois ressaltos. b) Servoválvulas tipo bocal-defletor. c) Servoválvula tipo tubo-injetor. d) Atuador tipo cilindro de simples efeito.



e)



f)

/Figura (2.3.2) - Especificação de vazões, pressões, forças e deslocamentos para diversos tipos de servoválvulas de quatro vias e atuadores. a) Servoválvula tipo carretel com três ressaltos. b) Servoválvula tipo carretel com quatro ressaltos. c) Servoválvulas tipo bocal-defletor. d) Servoválvula tipo tubo-injetor. e) Atuador tipo cilindro diferencial (assimétrico) de duplo efeito. f) Atuador tipo motor de pistões axiais.

É importante ressaltar que a inclusão das servoválvulas tipo tubo-injetor neste contexto é puramente ilustrativo,

pois de acordo com $|1|$ e $|11|$ a complexidade do escoamento envolvido é tal que praticamente impossibilita uma análise teórica significativa.

Tem-se condições, agora, de proceder às seguintes definições:

— Câmara de uma servoválvula: É a região delimitada por dois pórticos de controle ('3' e '4' ou '5' e '6') e uma saída da servoválvula ('1' ou '2'), que está sujeita a uma dada pressão.

— Câmara de um atuador: É a região que compreende todo o volume contido no atuador, sujeito a uma dada pressão.

— Linha: Corresponde a região formada por uma câmara da servoválvula, uma câmara do atuador e pela canalização existente entre elas.

Agora, observando-se as figuras (2.3.1) e (2.3.2) verifica-se que a câmara de uma servoválvula de três vias corresponde a câmara '1' de uma servoválvula de 4 vias. O mesmo é válido para, por exemplo, cilindros de simples efeito e duplo efeito, resguardando-se algumas peculiaridades devidas às características construtivas. Desta forma, faz-se o equacionamento para servoválvulas de 4 vias e os respectivos atuadores e quando se trabalhar com servoválvulas de 3 vias desconsiderar-se-á as câmaras de número '2'.

Como de praxe em controles hidráulicos $|1|$, $|11|$, $|14|$, a análise apresentada neste capítulo leva em consideração as seguintes suposições:

— a fonte de energia hidráulica é ideal (Pressão de

suprimento constante),

- a pressão em cada linha é homogênea,
- não há saturação ou cavitação nas linhas,
- a perda de carga em acessórios é desprezível,
- a temperatura é constante.

2.3.1 - Equação da Continuidade

A equação da continuidade em sua forma integral [20] , quando aplicada a uma distribuição homogênea em um volume de controle e cujos escoamentos nas seções de entrada e saída do fluido sejam uniformes, pode ser transformada na expressão:

$$\rho(\Sigma Q_e - \Sigma Q_s) = \frac{\partial(\rho V)}{\partial t} \quad (2.3.1)$$

onde:

ρ = massa específica do fluido $[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$.

ΣQ_e = somatória das vazões que entram no volume de controle $[\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}]$.

ΣQ_s = somatória das vazões que saem do volume de controle $[\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}]$.

V = volume de controle $[\text{m}^3]$.

Conforme [14], [18], a massa específica pode ser dada por uma expansão em série de Taylor (ver subseção (2.3.3)), como:

$$\rho = \rho_i + \left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_T (P - P_i) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P (T - T_i) \quad (2.3.2)$$

onde:

Subíndice 'i' = designa o valor da variável no ponto de operação 'i'.

P = pressão do sistema |Pa|.

T = temperatura do sistema |K|.

A partir da equação (2.3.2) define-se o MÓDULO DE ELASTICIDADE VOLUMÉTRICA ISOTÉRMICO |Pa| como:

$$\beta_i = \rho_i \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_i \bigg|_T \quad (2.3.3)$$

ou:

$$\beta_i = - V_i \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_i \bigg|_T \quad (2.3.4)$$

e o COEFICIENTE DE EXPANSÃO VOLUMÉTRICA |K⁻¹| por:

$$\alpha_i = - \frac{1}{\rho_i} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_i \bigg|_P \quad (2.3.5)$$

ou:

$$\alpha_i = \frac{1}{V_i} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_i \bigg|_P \quad (2.3.6)$$

Considerando o sistema isotérmico, a substituição de (2.3.2) em (2.3.1), tendo em vista a expressão (2.3.3), fornece:

$$\Sigma Q_e - \Sigma Q_s = \frac{dV}{dt} + \frac{V}{(\beta_i + P - P_i)} \frac{dP}{dt} \quad (2.3.7)$$

Agora, aplicando-se a equação (2.3.7) para uma servo-válvula de 4 vias qualquer (figura (2.3.2)), pode-se escrever, para cada câmara, as seguintes expressões:

$$Q_1 = Q_3 - Q_4 - \frac{dV_{v1}}{dt} - \frac{V_{v1}}{(\beta_{1i} + P_1 - P_{1i})} \frac{dP_1}{dt} \quad (2.3.8)$$

$$Q_2 = Q_6 - Q_5 + \frac{dV_{v2}}{dt} + \frac{V_{v2}}{(\beta_{2i} + P_2 - P_{2i})} \frac{dP_2}{dt} \quad (2.3.9)$$

onde:

Q_1, Q_2 = vazão nas linhas '1' e '2', respectivamente $|m^3 s^{-1}|$.

Q_3, Q_4, Q_5, Q_6 = vazão nos orifícios de controle $|m^3 s^{-1}|$.

V_{v1}, V_{v2} = volume das câmaras '1' e '2' da servoválvula $|m^3|$.

β_{1i}, β_{2i} = módulo de elasticidade volumétrica efetivo para as linhas '1' e '2', respectivamente. (O termo 'efetivo' indica que são considerados o efeito da compressibilidade do óleo propriamente dito, da presença de ar no óleo e da dilatação das linhas $|1|, |14|$) $|Pa|$.

P_1, P_2 = Pressão nas linhas '1' e '2'.

Da mesma forma, a equação (2.3.7) aplicada a um atuador genérico (figura (2.3.2)) permite escrever:

$$Q_1 - Q_{in} - Q_{e1} = \frac{dV_{a1}}{dt} + \frac{V_{a1}}{(\beta_{1i} + P_1 - P_{1i})} \frac{dP_1}{dt} \quad (2.3.10)$$

$$Q_{in} - Q_{e2} - Q_2 = \frac{dV_{a2}}{dt} + \frac{V_{a2}}{(\beta_{2i} + P_2 - P_{2i})} \frac{dP_2}{dt} \quad (2.3.11)$$

onde:

Q_{in} = vazão de fuga interna (vazamento interno)
 $|m^3 s^{-1}|$.

Q_{e1}, Q_{e2} = vazão de fuga externa nas câmaras '1' e '2'
do atuador, respectivamente $|m^3 s^{-1}|$.

V_{a1}, V_{a2} = volume das câmaras '1' e '2' do atuador (in-
cluindo canalização das linhas) $|m^3|$.

Conforme será visto posteriormente, o equacionamento de uma servoválvula é mais complexo que para um atuador, de forma que é interessante trabalhar somente com as parcelas em regime permanente nas equações (2.3.8) e (2.3.9). Isto é possível, transferindo-se as parcelas de variação do volume com o tempo e a parcela relacionada com a compressibilidade do óleo para as equações (2.3.10) e (2.3.11) [14], ou seja, ao estudar um sistema servoválvula-atuador as equações da continuidade aplicadas para o atuador ficam na forma:

$$Q_1 = Q_{in} + Q_{e1} + \frac{dV_1}{dt} + \frac{V_1}{(\beta_{1i} + P_1 - P_{1i})} \frac{dP_1}{dt} \quad (2.3.12)$$

$$Q_2 = Q_{in} - Q_{e2} - \frac{dV_2}{dt} - \frac{V_2}{(\beta_{2i} + P_2 - P_{2i})} \frac{dP_2}{dt} \quad (2.3.13)$$

onde:

$$V_1 \hat{=} V_{a1} + V_{v1} = \text{volume total na linha '1'} \quad (2.3.14)$$

$$V_2 \hat{=} V_{a2} + V_{v2} = \text{volume total na linha '2'} \quad (2.3.15)$$

e as equações aplicadas à servoválvula deverão ser substituídas por:

$$Q_1 = Q_3 - Q_4$$

(2.3.16)

$$Q_2 = Q_6 - Q_5$$

(2.3.17)

As equações da continuidade (2.3.12) e (2.3.13) apresentam-se em uma forma geral para todos os tipos de atuadores e serão aplicadas em seções posteriores. Do mesmo modo, as equações da continuidade (2.3.16) e (2.3.17) são gerais e a elas irá se deter a seguir.

2.3.2 - Equação da Vazão de Controle

Sejam as equações (2.3.16) e (2.3.17) e as figuras (2.3.1) e (2.3.2). Conforme [1], [14], as vazões nos orifícios de controle '3', '4', '5' e '6' são dadas por:

$$Q_j = C_{dj} A_j \left(\frac{2}{\rho} \Delta P_j \right)^{1/2} \text{ com } j = 3, 4, 5, 6 \quad (2.3.18)$$

onde:

Q_j = vazão no orifício de controle 'j' $[\text{m}^3 \text{ s}^{-1}]$.

C_{dj} = coeficiente de descarga no orifício de controle 'j' $[\text{ADM}]$.

A_j = área do orifício de controle 'j' $[\text{m}^2]$.

ΔP_j = queda de pressão no orifício de controle 'j' $[\text{Pa}]$.

Esta equação é deduzida para escoamento turbulento, porém, na maioria dos casos, sua aplicação tem sido justificada para qualquer tipo de escoamento [14].

O coeficiente de descarga depende do tipo de orifício

e do nº de Reynolds |11| e |14|, e para as servoválvulas usuais pode ser escrito como:

$$C_d = C_v C_c \quad (2.3.19)$$

onde:

C_v = coeficiente de velocidade |ADM|.

$C_c = \frac{A_{vj}}{A_j}$ = coeficiente de contração |ADM|.

A_{vj} = área da vena contracta originada pelo escoamento no orifício de controle 'j' |m²|.

Uma determinação teórico-experimental destes coeficientes é detalhada por |11|.

Por sua vez, as áreas dos orifícios são funções do deslocamento da servoválvula, e estas funções dependem das características construtivas da servoválvula. Logo, pode-se escrever:

$$A_j = f_j(X_v) \quad \text{com } j = 3, 4, 5, 6 \quad (2.3.21)$$

onde:

X_v = deslocamento linear da servoválvula |m|.

f_j = funções não-lineares (considerando-se servoválvulas reais).

Além disso, as quedas de pressão nos orifícios são dadas por:

$$\Delta P_3 = P_S - P_1 \quad (2.3.22)$$

$$\Delta P_4 = P_1 - P_r \quad (2.3.23)$$

$$\Delta P_5 = P_S - P_2 \quad (2.3.24)$$

$$\Delta P_6 = P_2 - P_r \quad (2.3.25)$$

onde:

P_S = pressão de suprimento |Pa|.

P_r = pressão de retorno |Pa|.

Além disso, de acordo com [14], pode-se definir:

$$Q_c \hat{=} \frac{Q_1 + Q_2}{2} = \text{vazão de controle } |m^3 \text{ s}^{-1}|. \quad (2.3.26)$$

$$P_c \hat{=} P_1 - P_2 = \text{diferença de pressão de carga (diferença de pressão devido ao movimento da carga } |Pa|. \quad (2.3.27)$$

Assim, as equações (2.3.16) a (2.3.27) definem o comportamento das servoválvulas de 3 ou 4 vias normalmente utilizadas em controles hidráulicos, e formam um sistema de equações que pode ser resolvido analítica e/ou numericamente, fornecendo a vazão de controle como função de deslocamento da servoválvula e da diferença de pressão de carga, ou seja:

$$Q_c = h(X_v, P_c) \quad (2.3.28)$$

onde:

h = função não-linear.

A equação (2.3.28) é a expressão para a VAZÃO DE CONTROLE, e as curvas originadas a partir dela são conhecidas como CURVAS DE VAZÃO-PRESSÃO as quais serão apresentadas posteriormente em situações específicas.

2.3.3 - Linearização da Equação da Vazão de Controle e Obtenção dos Coeficientes de Servoválvulas

A fim de obter uma aproximação linear da equação (2.3.28), expande-se esta função em série de Taylor em torno de um ponto de operação 'i' $|3|$, $|14|$, ou seja:

$$\begin{aligned} h(X_v, P_c) &= h(X_{vi}, P_{ci}) + (X_v - X_{vi}) \left. \frac{\partial h(X_v, P_c)}{\partial X_v} \right|_i + (P_c - P_{ci}) \\ &\left. \frac{\partial h(X_v, P_c)}{\partial P_c} \right|_i + \frac{1}{2!} \{ (X_v - X_{vi})^2 \left. \frac{\partial^2 h(X_v, P_c)}{\partial X_v^2} \right|_i + 2(X_v - X_{vi}) \\ &(P_c - P_{ci}) \left. \frac{\partial^2 h(X_v, P_c)}{\partial X_v \partial P_c} \right|_i + (P_c - P_{ci})^2 \left. \frac{\partial^2 h(X_v, P_c)}{\partial P_c^2} \right|_i \} + \dots \end{aligned} \quad (2.3.29)$$

Por definição:

$$Q_{ci} \hat{=} h(X_{vi}, P_{ci}) = \text{valor da função no ponto 'i'}. \quad (2.3.30)$$

$$\left. \frac{\partial Q_c}{\partial X_v} \right|_i \hat{=} \left. \frac{\partial h(X_v, P_c)}{\partial X_v} \right|_i = \text{valor da derivada da função avaliada no ponto 'i'}. \quad (2.3.31)$$

$$q_c \hat{=} h(X_v, P_c) - h(X_{vi}, P_{ci}) = Q_c - Q_{ci} \quad (2.3.32)$$

$$x_v \hat{=} X_v - X_{vi} \quad (2.3.33)$$

$$p_c \hat{=} P_c - P_{ci} \quad (2.3.34)$$

Considerando que se trabalhe próximo do ponto de operação 'i', os termos ' x_v ' e ' p_c ' serão suficientemente pequenos de tal forma que os termos ' x_v^2 ', ' $x_v \cdot p_c$ ', ' p_c^2 '... serão desprezíveis.

Assim, a equação (2.3.29) pode ser escrita como:

$$q_c = \left. \frac{\partial Q_c}{\partial X_v} \right|_i x_v + \left. \frac{\partial Q_c}{\partial P_c} \right|_i p_c \quad (2.3.35)$$

onde as derivadas parciais podem ser obtidas derivando-se a equação da vazão de controle ou, graficamente a partir das curvas de vazão-pressão.

Neste momento, pode-se definir três parâmetros importantes para servoválvulas, os chamados COEFICIENTES DE SERVÓVALVULAS, que são:

$$\text{— GANHO DE VAZÃO } [m^3 \text{ s}^{-1}] : K_{qi} \hat{=} \left. \frac{\partial Q_c}{\partial X_v} \right|_i \quad (2.3.36)$$

$$\text{— COEFICIENTE DE VAZÃO-PRESSÃO } [m^3 \text{ N}^{-1} \text{ s}^{-1}] :$$

$$K_{ci} \hat{=} - \left. \frac{\partial Q_c}{\partial P_c} \right|_i \quad (2.3.37)$$

Pode ser mostrado [14] que $\left. \frac{\partial Q_c}{\partial P_c} \right|_i$ é negativo para qualquer tipo de servoválvula, de forma que ' K_{ci} ' seja sempre po

sitivo.

$$\text{— GANHO DE PRESSÃO } [N \text{ m}^{-3}] : K_{pi} \cong \left. \frac{\partial P_c}{\partial X_v} \right|_i \quad (2.3.38)$$

ou:

$$K_{pi} = \frac{K_{qi}}{K_{ci}} \quad (2.3.39)$$

Com estes coeficientes, a equação (2.3.35) pode ser escrita como:

$$q_c = K_{qi} x_v - K_{ci} p_c \quad (2.3.40)$$

que corresponde a EQUAÇÃO LINEARIZADA DA VAZÃO DE CONTROLE EM TORNO DO PONTO 'i'.

De acordo com [1], [14], o ponto de operação onde $X_{vi} = Q_{ci} = P_{ci} = 0$, em torno do qual os sistemas normalmente operam, é o mais crítico sob o ponto de vista de estabilidade. Portanto, se o sistema for estável empregando os coeficientes de servoválvula avaliados neste ponto, este o será em qualquer outra faixa de operação.

Este ponto é identificado por 'i = 0' e é chamado de PONTO CENTRAL DE OPERAÇÃO, ou seja:

$$X_{v0} = Q_{c0} = P_{c0} = 0 \quad (2.3.41)$$

e das equações (2.3.32), (2.3.33) e (2.3.34), tem-se:

$$q_c = Q_c \quad (2.3.42)$$

$$x_v = X_v \quad (2.3.43)$$

$$p_c = P_c \quad (2.3.44)$$

e os coeficientes de servoválvulas são chamados COEFICIENTES CENTRAIS DE SERVOVÁLVULAS, dados por:

$$K_{q0}, K_{c0} \text{ e } K_{p0} \quad (2.3.45)$$

Portanto, empregando as equações (2.3.42) a (2.3.45) a equação (2.3.40) pode ser escrita por:

$$Q_c = K_{q0} X_v - K_{c0} P_c \quad (2.3.46)$$

a qual corresponde a EQUAÇÃO LINEARIZADA DA VAZÃO DE CONTROLE EM TORNO DO PONTO CENTRAL DE OPERAÇÃO ($i = 0$).

2.3.4 - Equação Geral do Movimento

A força ou o torque necessário para movimentar as partes móveis de uma servoválvula ou atuador pode ser obtido com a aplicação da segunda lei de Newton ao sistema. No caso da análise linear, é conveniente expressar a equação obtida numa das seguintes formas básicas:

— para sistemas translacionais:

$$F = M \frac{d^2 X}{dt^2} + B \frac{dX}{dt} + K X \quad (2.3.47)$$

onde:

F = força externa aplicada $|N|$.

M = massa $|kg|$.

B = coeficiente de amortecimento viscoso $|s N m^{-1}|$.

K = rigidez $|N m^{-1}|$.

X = deslocamento linear $|m|$.

— Para sistemas rotacionais:

$$T = J \frac{d^2\theta}{dt^2} + A \frac{d\theta}{dt} + G \theta \quad (2.3.48)$$

onde:

T = torque externo aplicado $|N m|$.

J = momento de inércia $|kg m^2|$.

A = coeficiente de amortecimento viscoso $|N m s rad^{-1}|$.

G = rigidez torsional $|N m rad^{-1}|$.

θ = deslocamento angular $|rad|$.

Vale ressaltar que, para os atuadores, um dos principais elementos é a carga a ser movimentada onde, além das forças de inércia e de rigidez associadas a ela, existe um outro elemento bastante importante que é a força de atrito. Por sua vez, o atrito pode ter diversos componentes, sendo mais significativos o atrito viscoso e o atrito de Coulomb [1], [22] os quais estão apresentados na figura (2.3.3).

O atrito viscoso é proporcional à velocidade mas normalmente a sua estimativa é precária. De acordo com [22] diversos experimentos tem mostrado que sua presença é considerável e que dificilmente poderá ser desprezada em uma análise dinâmica.

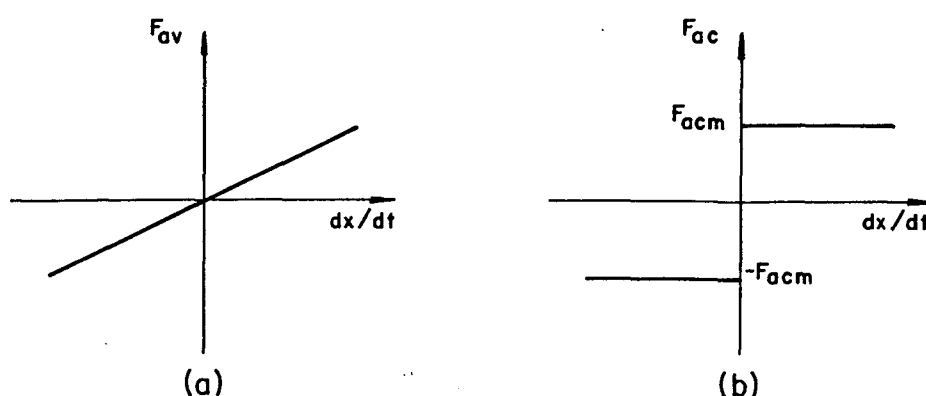


Figura (2.3.3) - Representação gráfica de: a) Força de atrito viscoso. b) Força de atrito de Coulomb.

Conforme já incluído nas equações acima, a força de atrito viscoso pode ser dada por:

$$F_{av} = B \frac{dx}{dt} \quad (2.3.49)$$

sendo que o coeficiente de amortecimento viscoso pode ser obtido experimentalmente ou estimado [14] a partir da expressão:

$$B = \frac{\mu A_s}{D_s} \quad (2.3.50)$$

onde:

A_s = área de contato das superfícies móveis $[m^2]$.

D_s = distância entre as duas superfícies $[m]$.

μ = viscosidade absoluta $[Pa \cdot s]$.

O atrito de Coulomb é o fator não-linearizável mais importante em servomecanismos hidráulicos e a necessidade de desprezã-lo pode, dependendo do sistema analisado, comprometer a análise dinâmica [22].

Como se sabe, a força de atrito de Coulomb pode ser dada por:

$$F_{ac} = \frac{\frac{dX}{dt}}{\left| \frac{dX}{dt} \right|} |F_{acm}| \quad (2.3.51)$$

onde:

F_{acm} = força de atrito de Coulomb máxima $|N|$.

Como o presente trabalho emprega ferramentas de controle linear, esta força deverá ser desprezada, e este fato não deverá ser esquecido no momento de analisar o comportamento de um sistema.

Obs.: As mesmas considerações feitas para forças de atrito são válidas para torques de atrito, bastando trocar as forças por torques e os deslocamentos lineares por angulares.

2.4 - Servoválvulas Tipo Carretel de Quatro Vias, de Centro Crítico, Geometria Ideal e Pórticos Retangulares

Baseando-se na figura (2.4.1), pode-se definir três características construtivas de servoválvulas tipo carretel, importantes para delinear a modelagem matemática, ou seja:

— Tipo de centro (sobreposição): Relaciona a diferença entre o comprimento do ressalto (ℓ_r) e o comprimento do pórtico (ℓ_p) como:

Centro supercrítico (sobreposição positiva): $\ell_r > \ell_p$

Centro crítico (sobreposição nula): $\ell_r = \ell_p$

Centro subcrítico (sobreposição negativa): $\ell_r < \ell_p$

— Geometria da servoválvula: Está relacionada com o processo de fabricação.

Geometria real: toda a servoválvula possui folga radial (f_r) e cantos arredondados (como raio ' r ').

Geometria ideal: é uma construção hipotética que possui cantos vivos e sem folga radial.

— Forma do pôrtico: Pode-se ter diversas formas [1] porém as mais comuns são:

Pôrticos retangulares ($\ell_p \times w$): onde ' w ' corresponde ao perímetro do pôrtico ou fração deste.

Pôrticos circulares (de raio ' r_p ').

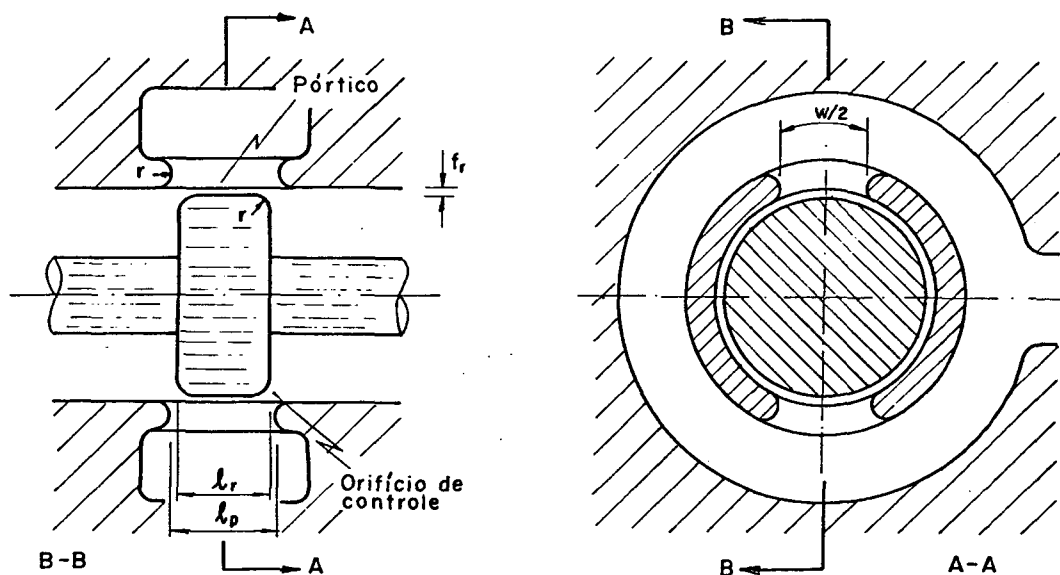


Figura (2.4.1) - Características construtivas de servoválvulas tipo carretel.

Este trabalho se restringirá às servoválvulas com centro crítico por serem as mais usuais [14], [22], porém, as com centro subcrítico também merecem atenção e os conceitos aqui expostos em muito se aplicam a este caso.

Considera-se, inicialmente, uma servoválvula tipo carretel de quatro vias, de três ou quatro ressaltos, com centro crítico, geometria real e independente do tipo de pòrtico, conforme figura (2.4.2). O equacionamento abaixo se enquadra inicialmente a esta servoválvula mas vai sendo paulatinamente particularizado conforme razões expostas oportunamente.

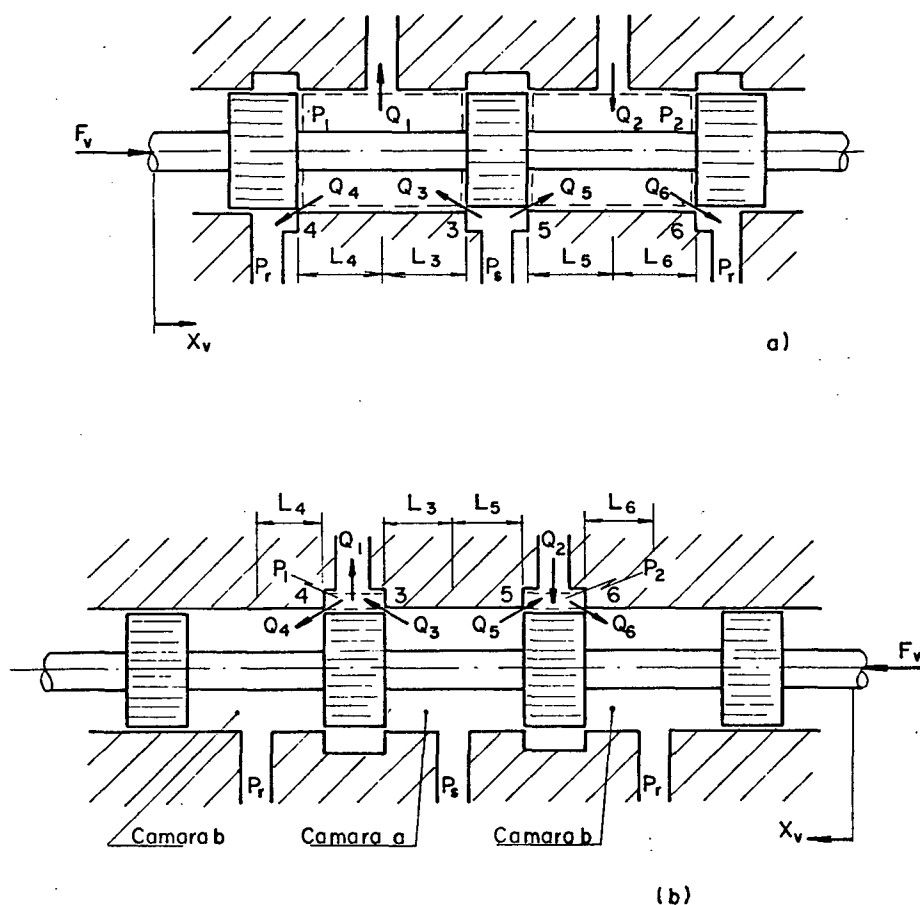


Figura (2.4.2) - Servoválvula tipo carretel de quatro vias. a) Com três ressaltos. b) Com quatro ressaltos.

2.4.1 - Equação da Continuidade

Baseando-se nos conceitos apresentados na seção (2.3), pode-se escrever:

$$Q_1 = Q_3 - Q_4 \quad (2.4.1)$$

$$Q_2 = Q_6 - Q_5 \quad (2.4.2)$$

e considerando a equação (2.3.18), tem-se:

$$Q_3 = C_d A_3 \left(\frac{2}{\rho} (P_s - P_1) \right)^{1/2} \quad (2.4.3)$$

$$Q_4 = C_d A_4 \left(\frac{2}{\rho} (P_1 - P_r) \right)^{1/2} \quad (2.4.4)$$

$$Q_5 = C_d A_5 \left(\frac{2}{\rho} (P_s - P_2) \right)^{1/2} \quad (2.4.5)$$

$$Q_6 = C_d A_6 \left(\frac{2}{\rho} (P_2 - P_r) \right)^{1/2} \quad (2.4.6)$$

Conforme [14], os processos de fabricação empregados para servoválvulas permitem obter uma geometria, que para fins de análise e projeto, pode ser considerada ideal. Este fato, associado a servoválvulas de centro crítico permite escrever:

— Para $X_v \geq 0$

$$Q_4 = Q_5 = 0 \quad (2.4.7)$$

— Para $X_v \leq 0$

$$Q_3 = Q_6 = 0 \quad (2.4.8)$$

Substituindo as equações (2.4.3) a (2.4.8) em (2.4.1) e (2.4.2), ordenadamente, tem-se:

— Para $X_v \geq 0$:

$$Q_1 = C_d A_3 \left(\frac{2 (P_s - P_1)}{\rho} \right)^{1/2} \quad (2.4.9)$$

$$Q_2 = C_d A_6 \left(\frac{2 (P_2 - P_r)}{\rho} \right)^{1/2} \quad (2.4.10)$$

— Para $X_v \leq 0$:

$$Q_1 = - C_d A_4 \left(\frac{2 (P_1 - P_r)}{\rho} \right)^{1/2} \quad (2.4.11)$$

$$Q_2 = - C_d A_5 \left(\frac{2 (P_s - P_2)}{\rho} \right)^{1/2} \quad (2.4.12)$$

Agora, considerando as equações (2.3.26), (2.4.9) e (2.4.10), tem-se:

— Para $X_v \geq 0$:

$$Q_c = \frac{C_d}{2} \left(\frac{2}{\rho} \right)^{1/2} (A_3 (P_s - P_1)^{1/2} + A_6 (P_2 - P_r)^{1/2}) \quad (2.4.13)$$

E empregando as equações (2.3.26), (2.4.11) e (2.4.12), tem-se:

— Para $X_v \leq 0$:

$$Q_c = - \frac{C_d}{2} \left(\frac{2}{\rho} \right)^{1/2} (A_4 (P_1 - P_r)^{1/2} + A_5 (P_s - P_2)^{1/2}) \quad (2.4.14)$$

Existe ainda a equação (2.3.27) que fornece uma rela-

ção de ' P_1 ' e ' P_2 ', ou seja:

$$P_c = P_1 - P_2 \quad (2.4.15)$$

Parte-se agora para a combinação das equações (2.4.13), (2.4.14) e (2.4.15) de modo a obter ' Q_c ' como função de ' X_v ' e ' P_c ' (conforme expressão (2.3.28) e, por conseguinte, reduzir o número de variáveis envolvidas. Para que isso seja consolidado é importante mencionar que a maioria das servoválvulas possuem orifícios de controle iguais a simétricos [14], [22] o que, através da equação (2.3.21), permite escrever:

— Para orifícios iguais:

$$f_3(X_v) = f_6(X_v) \quad (2.4.16)$$

$$f_4(X_v) = f_5(X_v) \quad (2.4.17)$$

— Para orifícios simétricos:

$$f_3(X_v) = f_5(-X_v) \quad (2.4.18)$$

$$f_4(X_v) = f_6(-X_v) \quad (2.4.19)$$

e para servoválvulas com esta configuração, diversos autores como [1], [11], [14], [21], [22] tem considerado que:

$$Q_c = Q_1 = Q_2 \quad (2.4.20)$$

A influência desta relação de razões na modelagem de atuadores será vista nas seções (2.6) e (2.7).

Agora, a consideração de geometria ideal, e o emprego

de pórticos retangulares permite explicitar a função ' f_j ' como:

$$A_j = w |X_v| \quad \text{com } j = 3, 4, 5, 6 \quad (2.4.21)$$

que substituída nas equações (2.4.9) a (2.4.12), junto com a equação (2.4.20) gera:

$$P_s + P_r = P_1 + P_2 \quad (2.4.22)$$

Combinando as equações (2.4.15) e (2.4.22), tem-se:

— Para $X_v \geq 0$:

$$P_1 = \frac{P_s + P_r + P_c}{2} \quad (2.4.23)$$

$$P_2 = \frac{P_s + P_r - P_c}{2} \quad (2.4.24)$$

e a substituição de (2.4.21), (2.4.23) e (2.4.24) em (2.4.13) e (2.4.14), fornece:

— Para $X_v \leq 0$:

$$Q_c = c_d w X_v \left(\frac{P_n - X_v / |X_v| P_c}{\rho} \right)^{1/2} \quad (2.4.25)$$

onde:

$$P_n \hat{=} P_s - P_r = \text{pressão nominal } [\text{Pa}].$$

A equação (2.4.25) é a chamada EQUAÇÃO DE VAZÃO DE CONTROLE para servoválvulas tipo carretel de quatro vias de centro crítico com geometria ideal (sem folga radial e bordos dos orifícios em canto vivo) e pórticos retangulares. Além disso, a sua

utilização requer que as vazões nas linhas '1' e '2' sejam iguais.

As CURVAS DE VAZÃO-PRESSÃO podem ser obtidas a partir desta equação e representadas graficamente de forma normalizada conforme a figura (2.4.3), onde:

$$Q_{cn} = c_d \cdot w \cdot X_{vn} \left(\frac{P_n}{\rho} \right)^{1/2} = \text{vazão nominal de controle} \\ |m^3 \cdot s^{-1}| \quad (2.4.26)$$

X_{vn} = deslocamento nominal da servoválvula $|m|$.

De acordo com a subseção (2.3.3) pode-se linearizar a equação (2.4.25) em torno de um ponto de operação de modo que os seguintes coeficientes, conforme equações (2.3.36), (2.3.37) e (2.3.38), podem ser determinados (para $X_v \geq 0$):

$$K_{qi} = c_d \cdot w \cdot \left(\frac{P_n - X_{vi}/|X_{vi}| \cdot P_{ci}}{\rho} \right)^{1/2} \quad (2.4.27)$$

$$K_{ci} = \frac{c_d \cdot w \cdot |X_{vi}| \cdot ((P_n - X_{vi}/|X_{vi}| \cdot P_{ci})/\rho)^{1/2}}{2 \cdot (P_n - X_{vi}/|X_{vi}| \cdot P_{ci})} \quad (2.4.28)$$

$$K_{pi} = \frac{2 \cdot (P_n - X_{vi}/|X_{vi}| \cdot P_{ci})}{|X_{vi}|} \quad (2.4.29)$$

E considerando o ponto ' $i = 0$ ', os COEFICIENTES CENTRAIS DA SERVOVÁLVULA serão dados por:

$$K_{q0} = c_d \cdot w \cdot \left(\frac{P_n}{\rho} \right)^{1/2}$$

(2.4.30)

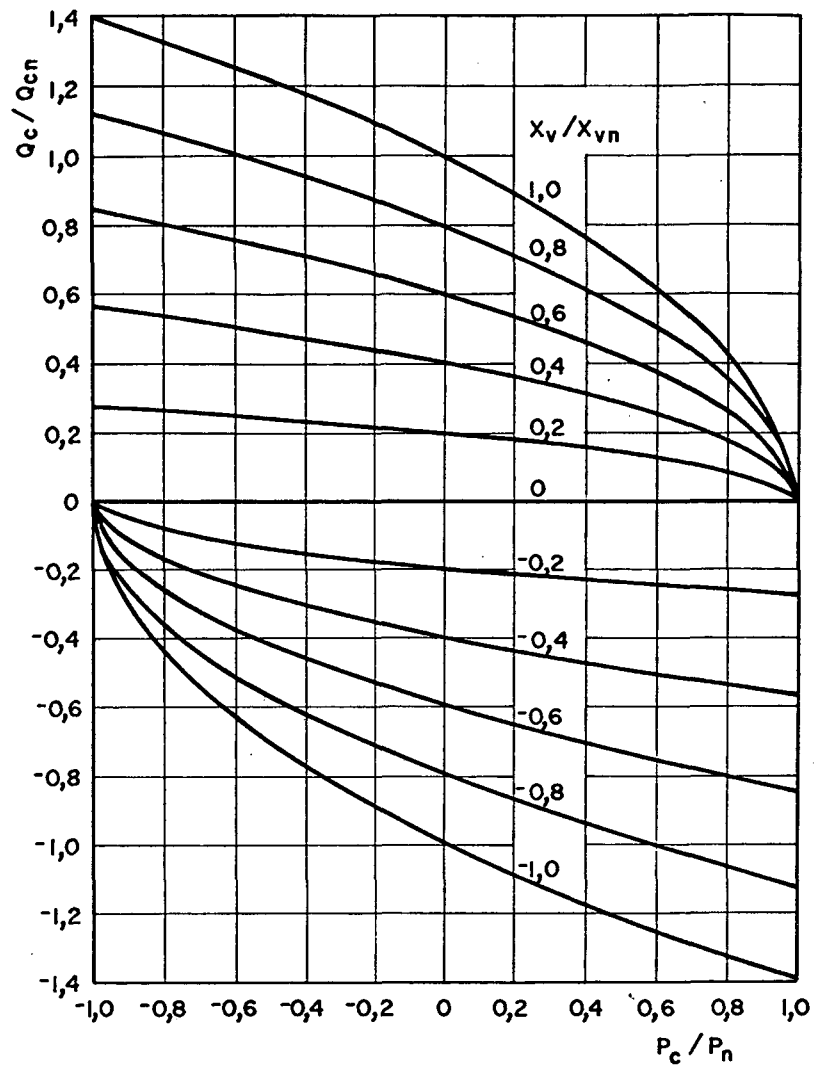


Figura (2.4.3) - Curvas de vazão-pressão para servoválvulas tipo carretel de 4 vias com centro crítico, geometria ideal e pórticos retangulares.

$$K_{c0} = 0 \quad (2.4.31)$$

$$K_{p0} \rightarrow \infty \quad (2.4.32)$$

e a equação linearizada da vazão de controle como:

$$Q_c = K_{q0} X_v - K_{c0} P_c \quad (2.4.33)$$

Mas como se deseja uma representação o mais próximo possível de uma servoválvula crítica com geometria real, em que os vazamentos e imperfeições construtivas estão presentes, as seguintes considerações acerca dos coeficientes devem ser feitas [14]:

— GANHO CENTRAL DE VAZÃO (K_{q0}) - este coeficiente tem sido amplamente verificado em testes experimentais de servoválvulas críticas e a equação (2.4.30) pode ser usada com confiança.

— COEFICIENTE CENTRAL DE VAZÃO-PRESSÃO (K_{c0}) - pode ser dado aproximadamente pela equação:

$$K_{c0} = \frac{\pi w f_r^2}{32 \mu} \quad (2.4.34)$$

A equação (2.4.34) fornece um valor mais correto que a equação (2.4.31) e elimina a necessidade de medições diretas, porém não é totalmente confiável, podendo ser usada como uma estimativa inicial.

— GANHO CENTRAL DE PRESSÃO (K_{p0}) - pode ser obtido dividindo-se a equação (2.4.30) por (2.4.34), ou seja:

$$K_{p0} = \frac{32 \mu c_d (P_n/\rho)^{1/2}}{\pi f_r^2} \quad (2.4.35)$$

2.4.2 - Equação do Movimento

Nesta subseção parte-se para a análise da força necessária para movimentar o carretel de servoválvulas críticas ideais. De acordo com [1], [14] as forças axiais atuantes incluem uma força inercial, as forças de atrito, e forças resultantes

do escoamento do fluido através dos orifícios de controle e nas câmaras da servoválvula. É verificado que a força inercial normalmente é pequena mas facilmente calculável; as forças de atrito não são facilmente calculáveis mas, dependendo do projeto, poderão ser pequenas e neste equacionamento serão desconsideradas, com exceção das forças de atrito viscoso, que são originadas pelo escoamento do fluido conforme apresentado a seguir.

A dedução das forças de escoamento axiais em uma câmara de uma servoválvula genérica (considerando fluido incompressível e sem vazões de fuga) apresentada no apêndice (A), pode ser aplicada às servoválvulas das figuras (2.4.2.a) e (2.4.2.b), distintamente.

Seja inicialmente a servoválvula de três ressaltos. Lembrando as equações (2.4.7) e (2.4.8), o emprego da equação (A.11) permite escrever:

— Para $X_v \geq 0$:

$$F_r = \rho L_3 \frac{dQ_3}{dt} - \frac{\rho Q_3^2}{C_c A_3} \cos(\theta_f) - \rho L_6 \frac{dQ_6}{dt} - \frac{Q_6^2}{C_c A_6} \cos(\theta_f) \quad (2.4.36)$$

— Para $X_v \leq 0$:

$$F_r = \rho L_4 \frac{dQ_4}{dt} + \frac{\rho Q_4^2}{C_c A_4} \cos(\theta_f) - \rho L_5 \frac{dQ_5}{dt} + \frac{\rho Q_5^2}{C_c A_5} \cos(\theta_f) \quad (2.4.37)$$

onde:

F_r = força de escoamento axial resultante no carretel
 $|N|$

L_3, L_4, L_5, L_6 = comprimentos característicos nas câmaras

ras $|m|$

θ_f = ângulo do jato de fluido medido entre a normal à vena contracta e a direção axial $|\text{rad}|$.

A combinação das equações (2.4.1), (2.4.2), (2.4.7), (2.4.8) e (2.4.20), gera:

— Para $X_v \geq 0$:

$$Q_3 = Q_6 = Q_c \quad (2.4.38)$$

— Para $X_v \leq 0$:

$$Q_4 = Q_5 = -Q_c \quad (2.4.39)$$

Agora, definindo-se na figura (2.4.2) que:

$$L_s \hat{=} L_3 = L_5 \quad (2.4.40)$$

$$L_r \hat{=} L_4 = L_6 \quad (2.4.41)$$

onde:

L_s, L_r = comprimentos característicos de suprimento e retorno, respectivamente $|m|$.

Pode-se, considerando as equações (2.4.21), (2.4.25), (2.4.38) a (2.4.41) agrupar as equações (2.4.36) e (2.4.37) em:

— Para $X_v \geq 0$:

$$F_r = - (L_r - L_s) C_d w (\rho (\dot{P}_n - \frac{X_v}{|X_v|} P_c))^{1/2} \frac{dX_v}{dt} +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{(L_r - L_s) C_d w |X_v|}{2 \left(\frac{1}{\rho} (P_n - \frac{X_v}{|X_v|} P_c) \right)^{1/2}} \frac{dP_c}{dt} - 2 C_d C_v w \cos(\theta_f) \\
& (P_n - \frac{X_v}{|X_v|} P_c) X_v
\end{aligned} \tag{2.4.42}$$

A equação (2.4.42) fornece a força resultante no carretel devido ao escoamento do fluido nas câmaras da servoválvula de três ressaltos. Os dois primeiros termos correspondem a parcela em regime transiente e dependendo da relação entre ' L_s ' e ' L_r ' esta força poderá ser no sentido de aumentar o deslocamento do carretel (instabilizante) ou no sentido de se opor ao movimento do carretel (estabilizante). A terceira parcela corresponde a força de escoamento em regime permanente e sempre atua no sentido de se opor ao movimento do carretel.

Para a servoválvula de quatro ressaltos da figura (2.4.2.b) é facilmente demonstrável que a força resultante devido ao escoamento do fluido nas câmaras 'a' e 'b' pode ser dada também pela expressão (2.4.42) porém com os sinais invertidos nos dois primeiros termos ('+' e '-' ao invés de '-' e '+'). O sinal do terceiro termo permanece inalterado.

Assim, considerando-se a figura (2.4.2), onde:

F_v = força necessária para movimentar o carretel $|N|$

e tendo em vista as considerações feitas no início desta subseção, pode-se escrever:

$$F_v = M_v \frac{d^2 X_v}{dt^2} + (L_r - L_s) C_d w \left(\rho (P_n - \frac{X_v}{|X_v|} P_c) \right)^{1/2} \frac{dX_v}{dt} +$$

$$\begin{aligned}
& + 2 C_d C_v w \cos (\theta_f) \left(P_n - \frac{X_v}{|X_v|} P_c \right) X_v \dot{} \\
& + \frac{(L_r - L_s) C_d w |X_v|}{2 \left(\frac{1}{\rho} \left(P_n - \frac{X_v}{|X_v|} P_c \right) \right)^{1/2}} \frac{dP_c}{dt}
\end{aligned} \tag{2.4.43}$$

Esta é a EQUAÇÃO DO MOVIMENTO para servoválvulas tipo carretel críticas com geometria ideal e pórticos retangulares. (Os sinais superiores valem para servoválvulas de quatro ressaltos e os inferiores para as de três ressaltos).

Segundo [14] há pouca evidência de que o termo da variação de pressão (dP_c/dt) contribua substancialmente no comportamento dinâmico de servoválvulas, e por conseguinte, normalmente é desprezado. Desta forma a equação (2.4.43) pode ser escrita como:

$$F_v = M_v \frac{d^2 X_v}{dt^2} + B_v \frac{dX_v}{dt} + K_v X_v \tag{2.4.44}$$

onde:

$$\begin{aligned}
M_v &= \text{massa do carretel } [\text{kg}]. \\
B_v &= (L_r - L_s) C_d w \left(\rho \left(P_n - \frac{X_v}{|X_v|} P_c \right) \right)^{1/2} = \text{coeficiente} \\
&\quad \text{de amortecimento viscoso associado à força de escoamento em servoválvulas de três ressaltos (para} \\
&\quad \text{quatro ressaltos substituir } '(L_r - L_s) \text{' por } '(L_s - L_r) \text{'}) } [\text{N s m}^{-1}].
\end{aligned} \tag{2.4.45}$$

$$\begin{aligned}
K_v &= 2 C_d C_v w \cos (\theta_f) \left(P_n - \frac{X_v}{|X_v|} P_c \right) = \text{rigidez asso-} \\
&\quad \text{ciada à força de escoamento } [\text{N m}^{-1}].
\end{aligned} \tag{2.4.46}$$

Pode-se também linearizar a equação (2.4.44) de forma a se obter:

$$\begin{aligned}
 f_v = & M_v \frac{d^2 X_v}{dt^2} + (L_r - L_s) C_d w (\rho (P_n - \frac{X_{vi}}{|X_{vi}|} P_{ci}))^{1/2} \frac{dX_v}{dt} + \\
 & + 2 C_d C_v w \cos (\theta_f) (P_n - \frac{X_{vi}}{|X_{vi}|} P_{ci}) X_v + \\
 & + \frac{(L_r - L_s) C_d w}{2 (\frac{1}{\rho} (P_n - \frac{X_{vi}}{|X_{vi}|} P_{ci}))^{1/2}} \frac{d|X_{vi}|}{dt} P_c - 2 C_d C_v w \cos (\theta_f) \\
 & |X_{vi}| P_c
 \end{aligned} \tag{2.4.47}$$

e para 'i = 0' (ponto central) pode-se escrever:

$$F_v = M_v \frac{d^2 X_v}{dt^2} + B_{v0} \frac{dX_v}{dt} + K_{v0} X_v \tag{2.4.48}$$

onde:

$$B_{v0} = (L_r - L_s) C_d w (\rho P_n)^{1/2} = \text{coeficiente de amortecimento associado com as forças de escoamento no ponto central de operação para servoválvulas de três ressaltos. (Para servoválvulas de quatro ressaltos substituir '(L_r - L_s)' por '(L_s - L_r)').} \\
 |s \text{ N m}^{-1}|. \tag{2.4.49}$$

$$K_{v0} = 2 C_d C_v w \cos (\theta_f) P_n = \text{rigidez associada com as forças de escoamento em torno do ponto central de operação} \\
 |N \text{ m}^{-1}|. \tag{2.4.50}$$

2.5 - Servoválvulas Tipo Bocal-Defletor de Quatro Vias, com Extremidade Fina

Considere a figura (2.5.1) onde se apresenta detalhado um dos bocais e o defletor de uma servoválvula de quatro vias. Conforme [1], [11], além do bocal de extremidade fina apresentado nesta figura, existem bocais de face plana, porém estes são de uso restrito em controles hidráulicos.

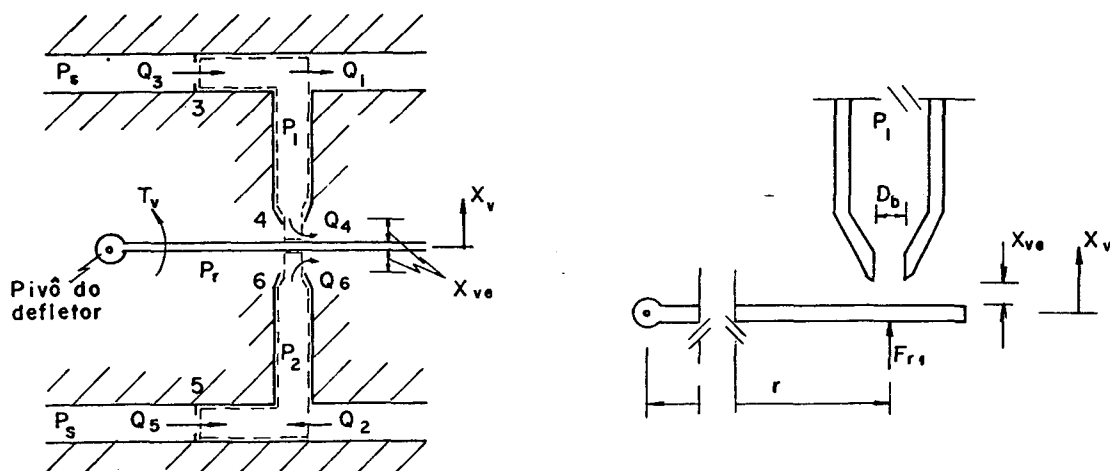


Figura (2.5.1) - Servoválvula bocal-defletor de quatro vias com detalhe do bocal de extremidade fina.

2.5.1 - Equação da Continuidade

Da mesma forma que na subseção (2.4.1), este equacionamento fundamentar-se-á nos resultados obtidos na seção (2.3).

Considerando a figura (2.5.1), pode-se valer das equações (2.3.16) e (2.3.17), ou seja:

$$Q_1 = Q_3 - Q_4 \quad (2.5.1)$$

$$Q_2 = Q_6 - Q_5 \quad (2.5.2)$$

e de acordo com $|1|$, $|11|$ quando:

$$(X_v + X_{ve}) < \frac{D_b}{5} \quad (2.5.3)$$

onde:

X_{ve} = folga entre um bocal e o defletor na posição de equilíbrio $|m|$.

D_b = diâmetro do bocal $|m|$.

pode-se empregar a equação (2.3.18) obtendo-se:

$$Q_3 = C_{d3} A_3 \left(\frac{2}{\rho} (P_s - P_1) \right)^{1/2} \quad (2.5.4)$$

$$Q_4 = C_{d4} A_4 \left(\frac{2}{\rho} (P_1 - P_r) \right)^{1/2} \quad (2.5.5)$$

$$Q_5 = C_{d5} A_5 \left(\frac{2}{\rho} (P_s - P_2) \right)^{1/2} \quad (2.5.6)$$

$$Q_6 = C_{d6} A_6 \left(\frac{2}{\rho} (P_2 - P_r) \right)^{1/2} \quad (2.5.7)$$

Agora, tem-se que:

$$A_o \hat{=} A_3 = A_5 = \frac{\pi}{4} D_o^2 \quad (2.5.8)$$

que corresponde à área do orifício fixo nas câmaras '1' e '2'

onde:

D_o = diâmetro do orifício fixo $|m|$.

Por sua vez, as áreas dos orifícios '4' e '6' são da-

das por:

$$A_4 = \pi D_b (X_{ve} - X_v) \quad (2.5.9)$$

$$A_6 = \pi D_b (X_{ve} + X_v) \quad (2.5.10)$$

Considerando-se as equações (2.5.8), (2.5.9) e (2.5.10) verifica-se a presença de dois tipos básicos de orifícios de tal forma que os coeficientes de descarga, segundo |14| e |11|, podem ser escritos como:

$$C_{do} \hat{=} C_{d3} = C_{d5} \quad (2.5.11)$$

$$C_{db} \hat{=} C_{d4} = C_{d6} \quad (2.5.12)$$

onde:

C_{do} , C_{db} = coeficiente de descarga no orifício fixo e no bocal, respectivamente |ADM|.

Combinando-se as equações (2.5.1), (2.5.4), (2.5.5) , (2.5.8), (2.5.9), (2.5.11) e (2.5.12), pode-se escrever:

$$Q_1 = C_{do} \frac{\pi}{4} D_o^2 \left(\frac{2}{\rho} (P_s - P_1) \right)^{1/2} - C_{db} \pi D_b (X_{ve} - X_v) \left(\frac{2}{\rho} (P_1 - P_r) \right)^{1/2} \quad (2.5.13)$$

e da mesma forma com as equações (2.5.2), (2.5.6), (2.5.7), (2.5.8), (2.5.10), (2.5.11) e (2.5.12), pode-se escrever:

$$Q_2 = C_{db} \pi D_b (X_{ve} + X_v) \left(\frac{2}{\rho} (P_2 - P_r) \right)^{1/2} - C_{do} \frac{\pi}{4} D_o^2$$

$$\left(\frac{2}{\rho} (P_s - P_2)\right)^{1/2} \quad (2.5.14)$$

Da seção (2.3) pode-se transcrever as equações:

$$Q_c = \frac{Q_1 + Q_2}{2} \quad (2.5.15)$$

e

$$P_c = P_1 - P_2 \quad (2.5.16)$$

mas a combinação das equações (2.5.13) a (2.5.16) não possibilita explicitar ' Q_c ' como função de ' X_v ' e ' P_c ' somente. Este empecilho pode ser vencido lembrando que, ao analisar uma servoválvula bocal-defletor na qual:

$$Q_c = Q_1 = Q_2 \quad (2.5.17)$$

|11| e |14| apresentam como critério usual de projeto a condição de que, no ponto central de operação ($i=0$) se tenha:

$$P_{10} = P_{20} = \frac{P_s}{2} \quad \text{para } P_r = 0 \quad (2.5.18)$$

e

$$C_{do} \frac{\pi}{4} D_o^2 = C_{db} \pi D_b X_{ve} \quad (2.5.19)$$

onde:

P_{10}, P_{20} = pressão nas linhas '1' e '2' no ponto central de operação $|Pa|$.

Lembrando que, no ponto central de operação, tem-se:

$$X_{v0} = Q_{c0} = P_{c0} = 0 \quad (2.5.20)$$

e expressão (2.5.17) gera:

$$Q_{10} = Q_{20} = 0 \quad (2.5.21)$$

que combinada com as equações (2.5.13), (2.5.14) e (2.5.19) permite escrever:

$$P_{10} = P_{20} = \frac{P_s + P_r}{2} \quad (2.5.22)$$

Desta forma, empregando a equação (2.5.19), a resolução numérica do conjunto de equações (2.5.13) a (2.5.16) permite representar as CURVAS DE VAZÃO-PRESSÃO conforme a figura (2.5.2), onde:

$$Q_{cn} = C_{do} \frac{\pi}{4} D_o^2 \left(\frac{P}{\rho} \right)^{1/2} = \text{vazão nominal de controle} \\ |m^3 s^{-1}|. \quad (2.5.23)$$

Porém, uma solução analítica somente é possível linearizando as equações (2.5.13) e (2.5.14) |14|, ou seja:

$$Q_1 - Q_{1i} = \frac{\partial Q_1}{\partial X_v} \Big|_i (X_v - X_{vi}) + \frac{\partial Q_1}{\partial P_1} \Big|_i (P_1 - P_{1i}) \quad (2.5.24)$$

onde:

$$\frac{\partial Q_1}{\partial X_v} \Big|_i = C_{db} \pi D_b \left(\frac{2}{\rho} (P_{1i} - P_r) \right)^{1/2} \quad (2.5.25)$$

$$\frac{\partial Q_1}{\partial P_1} \Big|_i = - C_{do} \frac{\pi}{4} D_o^2 \frac{1}{(2 \rho (P_s - P_{1i}))^{1/2}} -$$

$$- C_{db} \pi D_b (X_{ve} - X_{vi}) \frac{1}{(2/\rho (P_{1i} - P_r))^{1/2}} \quad (2.5.26)$$

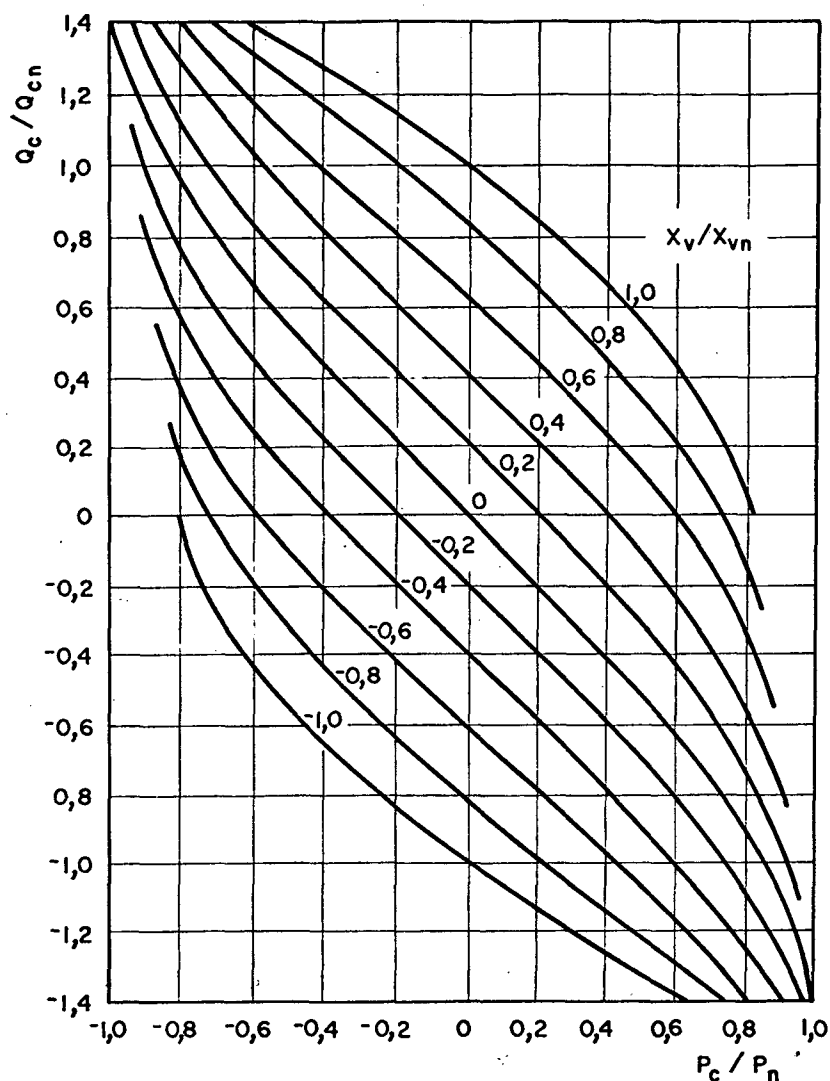


Figura (2.5.2) - Curvas de vazão-pressão para servoválvulas tipo bocal-defletor de 4 vias.

e

$$Q_2 - Q_{2i} = \left. \frac{\partial Q_2}{\partial X_v} \right|_i (X_v - X_{vi}) + \left. \frac{\partial Q_2}{\partial P_2} \right|_i (P_2 - P_{2i}) \quad (2.5.27)$$

onde:

$$\left. \frac{\partial Q_2}{\partial X_v} \right|_i = C_{db} \pi D_b \left(\frac{2}{\rho} (P_{2i} - P_r) \right)^{1/2} \quad (2.5.28)$$

$$\left. \frac{\partial Q_2}{\partial P_2} \right|_i = C_{db} \pi D_b (X_{ve} + X_{vi}) \frac{1}{(2/\rho (P_{2i} - P_r))^{1/2}} +$$

$$+ C_{do} \frac{\pi}{4} D_o^2 \frac{1}{(2/\rho (P_s - P_{2i}))^{1/2}} \quad (2.5.29)$$

que para o PONTO CENTRAL DE OPERAÇÃO, com o emprego de (2.5.19) a (2.5.22), se transformam em:

$$Q_1 = C_{db} \pi D_b \left(\frac{1}{\rho} (P_s - P_r) \right)^{1/2} X_v -$$

$$C_{db} \pi D_b X_{ve} \frac{2}{((P_s - P_r) \rho)^{1/2}} \left(P_1 - \frac{(P_s + P_r)}{2} \right) \quad (2.5.30)$$

$$Q_2 = C_{db} \pi D_b \left(\frac{1}{\rho} (P_s - P_r) \right)^{1/2} X_v +$$

$$C_{db} \pi D_b X_{ve} \frac{2}{((P_s - P_r) \rho)^{1/2}} \left(P_2 - \frac{(P_s + P_r)}{2} \right) \quad (2.5.31)$$

Agora, igualando-se (2.5.30) e (2.5.31) (conforme equação (2.5.17)) obtém-se:

$$P_1 + P_2 = P_s + P_r \quad (2.5.32)$$

e combinando com (2.5.16),

$$P_1 = \frac{P_s + P_r + P_c}{2} \quad (2.5.33)$$

$$P_2 = \frac{P_s + P_r - P_c}{2} \quad (2.5.34)$$

É importante lembrar que as equações (2.5.32) a (2.5.34)

são válidas somente para regiões em torno do ponto central de operação ($i=0$).

Finalmente, a combinação de (2.5.15), (2.5.16), (2.5.30) e (2.5.31) gera:

$$Q_c = C_{db} \pi D_b \left(\frac{P_n}{\rho}\right)^{1/2} X_v - C_{db} \pi D_b X_{ve} \frac{1}{(\rho P_n)^{1/2}} P_c \quad (2.5.35)$$

onde:

$$P_n = P_s - P_r = \text{pressão nominal } |\text{Pa}|.$$

A equação (2.5.35) é a EQUAÇÃO LINEARIZADA DA VAZÃO DE CONTROLE para servoválvulas tipo bocal-defletor de quatro vias.

De acordo com as equações (2.3.36), (2.3.37) e (2.3.38), os COEFICIENTES CENTRAIS DA SERVOVÁLVULA são:

$K_{q0} = C_{db} \pi D_b \left(\frac{P_n}{\rho}\right)^{1/2}$	(2.5.36)
$K_{c0} = \frac{C_{db} \pi D_b X_{ve}}{(\rho P_n)^{1/2}}$	(2.5.37)
$K_{p0} = \frac{P_n}{X_{ve}}$	(2.5.38)

2.5.2 - Equação do Movimento

A fim de descrever a equação do movimento na forma apresentada pela equação (2.3.47), parte-se para a especificação das principais forças que atuam nas servoválvulas tipo bocal-defletor de 4 vias com extremidade fina.

Considerando-se a figura (2.5.1), verifica-se que o torque externo aplicado no defletor deve vencer um torque inercial, um torque devido a mola de torsão existente no pivô do defletor e o torque originado pelo escoamento do fluido [14]. Este último é deduzido no apêndice (B) para uma câmara da servoválvula, de onde a equação (B.6) aplicada às câmaras '1' e '2' permite escrever:

$$F_{r1} = (P_1 - P_r) \frac{\pi D_b^2}{4} + \frac{2 \rho Q_4^2}{\pi D_b^2} \quad (2.5.39)$$

$$F_{r2} = (P_2 - P_r) \frac{\pi D_b^2}{4} + \frac{2 \rho Q_6^2}{\pi D_b^2} \quad (2.5.40)$$

onde:

F_{r1}, F_{r2} = força resultante no defletor devido ao fluido nas câmaras '1' e '2' [N].

Tendo em vista que a força líquida atuante no defletor é:

$$F_r = F_{r1} - F_{r2} \quad (2.5.41)$$

e substituindo as equações (2.5.5), (2.5.7), (2.5.9) e (2.5.10), (2.5.12) em (2.5.39) e (2.5.40), ordenadamente, obtém-se:

$$F_r = (P_1 - P_2) \frac{\pi D_b^2}{4} + 4 C_{db}^2 \pi ((X_{ve} - X_v)^2 (P_1 - P_r) - (X_{ve} + X_v)^2 (P_2 - P_r)) \quad (2.5.42)$$

e considerando as equações (2.5.16), (2.5.33) e (2.5.34), o tor-

que externo aplicado no defletor será:

$$T_v = J_v \frac{d^2 \theta_v}{dt^2} + G_v \theta_v + P_c \frac{\pi D_b^2}{4} r + 2 \pi C_{db}^2 r (X_{ve} - X_v)^2 (P_n + P_c) - (X_{ve} + X_v)^2 (P_n - P_c) \quad (2.5.43)$$

(válida para operação em torno de $i=0$)

Sendo que, para ângulos pequenos:

$$\text{tg} (\theta_v) = \frac{X_v}{r} \cong \theta_v \quad (2.5.44)$$

a linearização da equação (2.5.43) em torno do ponto central de operação ($i=0$) gera:

$$T_v = \frac{J_v}{r} \frac{d^2 X_v}{dt^2} + \left(\frac{G_v}{r} - 8 \pi C_{db}^2 X_{ve} P_n r \right) X_v + \left(\frac{\pi D_b^2}{4} + 4 \pi C_{db}^2 X_{ve}^2 \right) r P_c \quad (2.5.45)$$

onde:

T_v = torque externo aplicado no defletor $[\text{N m}]$.

J_v = momento de inércia do defletor $[\text{kg m}^2]$.

r = comprimento útil do defletor $[\text{m}]$.

G_v = rigidez torsional da mola de centragem do defletor $[\text{N m rad}^{-1}]$.

2.6 - Atuadores Tipo Cilindro Hidráulico de Duplo Efeito

Inicialmente modela-se um cilindro hidráulico de duplo

efeito, conforme figura (2.6.1). Devido às restrições na modelagem de sistemas servoválvula-atuador, as equações lineares finais são particularizadas para atuadores não-diferenciais.

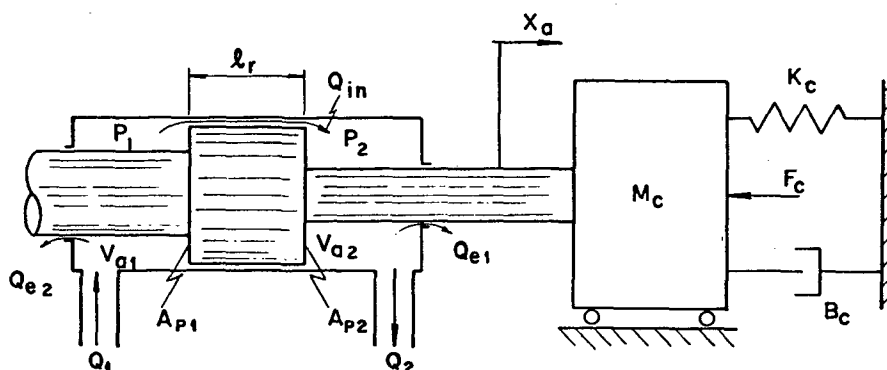


Figura (2.6.1) - Atuador tipo cilindro hidráulico de duplo efeito, diferencial com carga acoplada.

2.6.1 - Equação da Continuidade

Sejam as equações (2.3.12) e (2.3.13) apresentadas anteriormente:

$$Q_1 = Q_{in} + \cancel{Q_{e1}} + \frac{dV_1}{dt} + \frac{V_1}{(\beta_{1i} + P_1 - P_{1i})} \frac{dP_1}{dt} \quad (2.6.1)$$

Handwritten notes: "vazão fuga interna" above the first term, "Vol. ... Volume da linha" above the second term, and "Pressão na linha" above the third term.

$$Q_2 = Q_{in} - \cancel{Q_{e2}} - \frac{dV_2}{dt} - \frac{V_2}{(\beta_{2i} + P_2 - P_{2i})} \frac{dP_2}{dt} \quad (2.6.2)$$

cujos símbolos estão definidos na seção correspondente.

De acordo com [14], sendo as folgas entre as partes móveis bastante reduzidas, propiciando um escoamento laminar, as vazões de fuga serão dadas por:

— Vazão de fuga interna:

$$Q_{in} = C_{in} (P_1 - P_2) \quad (2.6.3)$$

— Vazão de fuga externa para cada câmara do cilindro:

$$Q_{e1} = C_{e1} (P_1 - P_d) \quad (2.6.4)$$

$$Q_{e2} = C_{e2} (P_2 - P_d) \quad (2.6.5)$$

onde:

C_{in} = coeficiente de vazamento interno $|m^3 s^{-1} Pa^{-1}|$.

C_{e1}, C_{e2} = coeficiente de vazamento externo para as câmaras '1' e '2' $|m^3 s^{-1} Pa^{-1}|$.

P_d = pressão na linha de dreno $|Pa|$.

Os coeficientes ' C_{in} ' e ' C_e ' são apresentados em [14] para diferentes seções transversais.

Por sua vez, ' V_1 ' e ' V_2 ' podem ser expressos da seguinte forma:

$$V_1 = V_{10} + A_{p1} X_a \quad (2.6.6)$$

$$V_2 = V_{20} - A_{p2} X_a \quad (2.6.7)$$

onde:

V_{10}, V_{20} = volume inicial das linhas '1' e '2', $|m^3|$.

A_{p1}, A_{p2} = área do pistão nas câmaras '1' e '2' $|m^2|$.

X_a = deslocamento do atuador $|m|$.

Derivando estas expressões em relação ao tempo, tem-se:

$$\frac{dV_1}{dt} = A_{p1} \frac{dX_a}{dt} \quad (2.6.8)$$

$$\frac{dV_2}{dt} = - A_{p2} \frac{dX_a}{dt} \quad (2.6.9)$$

Agora, substituindo (2.6.3) a (2.6.9) em (2.6.1) e (2.6.2), obtêm-se:

$$Q_1 = C_{in} (P_1 - P_2) + C_{e1} (P_1 - P_d) + A_{p1} \frac{dX_a}{dt} + \frac{(V_{10} + A_{p1} X_a)}{(\beta_{1i} + P_1 - P_{1i})} \frac{dP_1}{dt} \quad (2.6.10)$$

$$Q_2 = C_{in} (P_1 - P_2) - C_{e2} (P_2 - P_d) + A_{p2} \frac{dX_a}{dt} - \frac{(V_{20} - A_{p2} X_a)}{(\beta_{2i} + P_2 - P_{2i})} \frac{dP_2}{dt} \quad (2.6.11)$$

Estas equações são válidas para qualquer cilindro de duplo efeito. Porém ao se analisar o comportamento de um sistema servoválvula-atuador em torno do ponto central de operação, a condição imposta nas seções (2.4) e (2.5) de que:

$$Q_1 = Q_2 \quad (2.6.12)$$

implica, conforme [22], que o atuador acoplado à servoválvula seja não-diferencial, ou seja:

$$A_p \hat{=} A_{p1} = A_{p2} \quad (2.6.13)$$

onde:

A_p = área do pistão $[m^2]$.

Além disso, tem sido provado experimentalmente [14] que para este tipo de cilindro os problemas de estabilidade ocorrem com mais frequência quando o pistão está centrado. Assim a análise pode ser simplificada considerando-se, à favor da segurança:

$$V_{\ell 0} \hat{=} V_{10} = V_{20} \quad (2.6.14)$$

onde:

$V_{\ell 0}$ = volume inicial nas linhas $[m^3]$.

Adicionando-se as equações (2.6.6) e (2.6.7), tem-se:

$$V_t \hat{=} V_1 + V_2 = 2 V_{\ell 0} \quad (2.6.15)$$

onde:

V_t = volume total contido em ambas as linhas $[m^3]$.

Mas, conforme mencionado na seção (2.3), o módulo de elasticidade volumétrico efetivo para cada linha engloba a compressibilidade do óleo, a presença de ar no óleo e a dilatação das linhas. Se as duas últimas parcelas foram consideradas iguais para ambas as linhas, ter-se-á:

$$\beta_{10} = f(P_{10}) \quad (2.6.16)$$

$$\beta_{20} = f(P_{20}) \quad (2.6.17)$$

O emprego das equações (2.4.23) ou (2.5.33) e (2.4.24)

ou (2.5.34), tendo em vista as equações (2.6.13) a (2.6.17), permite escrever as equações (2.6.10) e (2.6.11) na forma:

$$Q_1 = C_{in} P_c + C_e \left(\frac{P_s + P_r + P_c}{2} - P_d \right) + A_p \frac{dX_a}{dt} + \frac{(V_t/2 + A_p X_a)}{2(\beta_{e0} + P_c/2)} \frac{dP_c}{dt} \quad (2.6.18)$$

$$Q_2 = C_{in} P_c - C_e \left(\frac{P_s + P_r - P_c}{2} - P_d \right) + A_p \frac{dX_a}{dt} + \frac{(V_t/2 - A_p X_a)}{2(\beta_{e0} - P_c/2)} \frac{dP_c}{dt} \quad (2.6.19)$$

onde:

$\beta_{e0} \hat{=} \beta_{10} = \beta_{20}$ = módulo de elasticidade volumétrica efetivo $|Pa|$.

$C_e \hat{=} C_{e1} = C_{e2}$ = coeficiente de vazamento externo para cada câmara (atuador não-diferencial) $|m^3 s^{-1} Pa^{-1}|$.

e empregando as equações (2.3.26) e (2.3.27) fornece:

$$Q_c = (C_{in} + \frac{C_e}{2}) P_c + A_p \frac{dX_a}{dt} + \frac{V_t}{4} \left(\frac{\beta_{e0}}{\beta_{e0}^2 - (P_c/2)^2} \right) \frac{dP_c}{dt} - \frac{A_p}{4} X_a \left(\frac{P_c}{\beta_{e0}^2 - (P_c/2)^2} \right) \frac{dP_c}{dt} \quad (2.6.20)$$

Verifica-se através de tabelas de óleos comerciais [2], [11], [14] que o módulo de elasticidade volumétrica efetivo é cerca de cem vezes maior que a pressão de operação (' P_1 ' ou ' P_2 ') e consequentemente em relação à diferença de pressão de carga ' P_c '. Deste modo, pode-se considerar que:

$$\beta_{e0}^2 \gg (P_c/2)^2 \quad (2.6.21)$$

e escrever a equação (2.6.20) como:

$$Q_c = \frac{V_t}{4 \beta_{e0}} \frac{dP_c}{dt} + (C_{in} + \frac{C_e}{2}) P_c + A_p \frac{dX_a}{dt} \quad (2.6.22)$$

que corresponde a equação da continuidade aplicada para cilindros hidráulicos não-diferenciais, e com volumes iniciais iguais nas linhas '1' e '2'. A expressão na forma de (2.6.22) tem sido empregada por diversos autores como [12], [14], [23], [24], [25].

2.6.2 - Equação do Movimento

Conforme [21], em certos casos, um fator considerável na obtenção da equação do movimento para cilindros é a aceleração do óleo contido nas linhas, o que permite escrever a expressão:

$$M_f = \rho V_f + \sum_{j=1}^n \rho V_j \left(\frac{A_p}{A_j} \right)^2 \quad (2.6.23)$$

onde:

M_f = massa efetiva de fluido [kg].

V_f = volume total de fluido nas câmaras '1' e '2' do atuador [m³].

V_j = volume de fluido no j-ésimo segmento de canalização [m³].

A_j = área da seção transversal do j-ésimo segmento de canalização [m²].

n = número de segmentos de canalização.

Obs.: Considera-se segmentos de canalização os trechos

que possuam áreas transversais diferentes.

Assim, baseando-se no que foi exposto na seção (2.3.4) e observando-se a figura (2.6.1) pode-se escrever a equação do movimento para o atuador e carga de forma semelhante à |14|, ou seja:

$$F_a = \left[A_p P_c = (M_a + M_c + M_f) \frac{d^2 X_a}{dt^2} + (B_a + B_c) \frac{dX_a}{dt} + K_c X_a + F_c \right] \quad (2.6.24)$$

onde:

F_a = força desenvolvida pelo atuador $|N|$.

M_a = massa do atuador $|kg|$.

M_c = massa de carga $|kg|$.

B_a = coeficiente de amortecimento viscoso do atuador $|N s m^{-1}|$.

B_c = coeficiente de amortecimento viscoso de carga $|N m^{-1}|$.

K_c = rigidez associada à carga $|N m^{-1}|$.

F_c = força de carga $|N|$.

De acordo com |14|, para um pistão concêntrico o coeficiente de amortecimento viscoso ' B_a ' teoricamente pode ser dado por:

$$B_a = \frac{\pi D_p \ell_r \mu}{f_r} \quad (2.6.25)$$

onde:

D_p = diâmetro do pistão $|m|$.

ℓ_r = comprimento do ressalto do pistão $|m|$.

2.7 - Atuadores Tipo Motor Hidráulico

Para fins de simplificação será analisado somente o motor do tipo de pistões axiais, conforme mostrado na figura (2.7.1), embora o equacionamento aqui desenvolvido seja válido para qualquer tipo de motor hidráulico de movimento contínuo [14].

Somente dois pistões, um de cada uma das câmaras, foram representados para simplificar o desenho. As perdas por fugas de óleo de todos os pistões foram concentradas nestes.

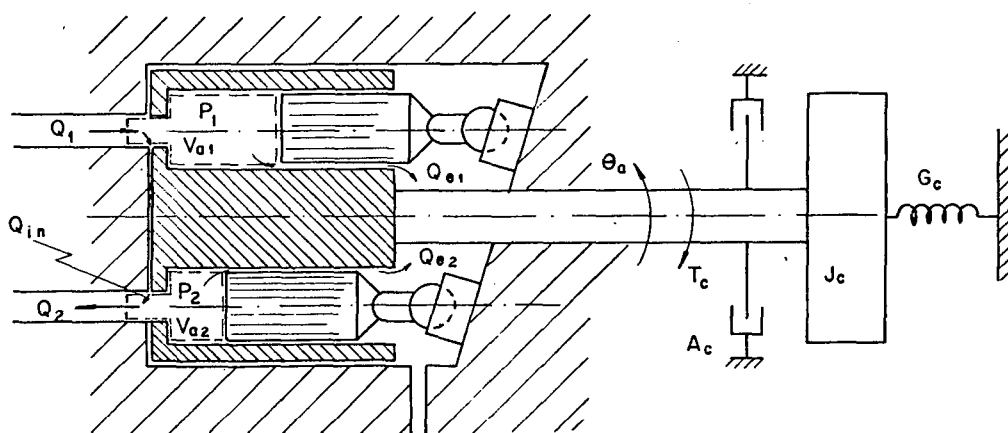


Figura (2.7.1) - Motor hidráulico de pistões axiais de deslocamento fixo com carga acoplada.

2.7.1 - Equação da Continuidade

Na subseção (2.3.1) foram apresentadas as equações da continuidade para ambas as câmaras de um atuador, ou seja:

$$Q_1 = Q_{in} + Q_{e1} + \frac{dV_1}{dt} + \frac{V_1}{(\beta_{1i} + P_1 - P_{1i})} \frac{dP_1}{dt} \quad (2.7.1)$$

$$Q_2 = Q_{in} - Q_{e2} - \frac{dV_2}{dt} - \frac{V_2}{(\beta_{2i} + \frac{P_2}{P_{2i}} - 1)} \frac{dP_2}{dt} \quad (2.7.2)$$

cuja nomenclatura está lá definida.

Da mesma forma que na seção (2.6) pode-se escrever:

— Vazão de fuga interna:

$$Q_{in} = C_{in} (P_1 - P_2) \quad (2.7.3)$$

— Vazão de fuga externa para cada câmara do motor:

$$Q_{e1} = C_{e1} (P_1 - P_d) \quad (2.7.4)$$

$$Q_{e2} = C_{e2} (P_2 - P_d) \quad (2.7.5)$$

onde:

C_{in} = coeficiente de vazamento interno $[m^3 s^{-1} Pa^{-1}]$.

C_{e1}, C_{e2} = coeficiente de vazamento externo para as câmaras '1' e '2' $[m^3 s^{-1} Pa^{-1}]$.

P_d = pressão na linha de dreno $[Pa]$

Como o motor hidráulico é um atuador não-diferencial, pode-se considerar que:

$$C_e \hat{=} C_{e1} = C_{e2} \quad (2.7.6)$$

onde:

C_e = coeficiente de vazamento externo para cada câmara $[m^3 s^{-1} Pa^{-1}]$.

Por sua vez, o comportamento dos volumes ' V_1 ' e ' V_2 ' apresenta certas peculiaridades devido à forma construtiva dos motores e torna a análise mais complexa. Porém, de acordo com [14], um valor médio para a variação do volume em cada câmara em função do tempo pode ser dado por:

$$\frac{dV_1}{dt} = - \frac{dV_2}{dt} = D_m \frac{d\theta_a}{dt} \quad (2.7.7)$$

onde:

D_m = deslocamento volumétrico do motor [$m^3 \text{ rad}^{-1}$].

θ_a = deslocamento angular do motor [rad].

onde também os volumes ' V_1 ' e ' V_2 ' são apresentados como:

$$V_1 = \frac{V_t}{2} + f_v(\theta_a) \quad (2.7.8)$$

$$V_2 = \frac{V_t}{2} - f_v(\theta_a) \quad (2.7.9)$$

onde:

V_t = volume total contido em ambas as linhas [m^3]

$f_v(\theta_a)$ = função descritiva da variação dos volumes em função da rotação do motor.

Agora, retornando às equações (2.7.1) e (2.7.2) e levando em consideração as equações (2.7.3) a (2.7.9), pode-se escrever:

$$Q_1 = C_{in} (P_1 - P_2) + C_e (P_1 - P_d) + D_m \frac{d\theta_a}{dt} + \frac{(V_t/2 + f_v(\theta_a))}{(\beta_{li} + P_1 - P_{li})} \frac{dP_1}{dt} \quad (2.7.10)$$

$$Q_2 = C_{in} (P_1 - P_2) - C_e (P_2 - P_d) + D_m \frac{d\theta_a}{dt} - \frac{(V_t/2 - f_v (\theta_a))}{(\beta_{2i} + P_2 - P_{2i})} \frac{dP_2}{dt} \quad (2.7.11)$$

De forma análoga às equações (2.6.10) e (2.6.11), as equações acima podem ser transformadas em:

$$Q_c = \frac{V_t}{4 \beta_{e0}} \frac{dP}{dt} + (C_{in} + \frac{C_e}{2}) P_c + D_m \frac{d\theta_a}{dt} \quad (2.7.12)$$

que corresponde a equação da continuidade aplicada a motores hidráulicos com volumes iniciais iguais nas linhas '1' e '2'.

2.7.2 - Equação do Movimento

O torque ideal desenvolvido por qualquer tipo de motor hidráulico [1], [14] pode ser dado pela expressão:

$$T_a = D_m P_c \quad (2.7.13)$$

e reportando-se à seção (2.3.4), com a observação da figura (2.7.1), a equação (2.3.48) pode ser escrita na forma:

$$T_a = D_m P_c = (J_a + J_c) \frac{d^2\theta_a}{dt^2} + (A_a + A_c) \frac{d\theta_a}{dt} + G_c \theta_a + T_c \quad (2.7.14)$$

onde:

T_a = torque desenvolvido pelo motor [N m].

J_a = momento de inércia do atuador [kg m²].

J_c = momento de inércia de carga [kg m²].

A_a = coeficiente de amortecimento viscoso do atuador
 $[\text{N m s rad}^{-1}]$.

A_c = coeficiente de amortecimento viscoso da carga
 $[\text{N m s rad}^{-1}]$.

G_c = rigidez torsional associada a carga $[\text{N m rad}^{-1}]$.

T_c = torque de carga $[\text{N m}]$.

De acordo com [14], a equação (2.7.14) é a relação básica para o equilíbrio de torque do motor. Porém, existem torques de atrito internos [1], [14], além do atrito viscoso do motor, que podem ser significativos, mas suas inclusões requereriam uma análise não linear.

Quanto aos parâmetros presentes na equação (2.7.14) não há grande dificuldade na sua obtenção, com exceção dos coeficientes de amortecimento viscoso, conforme apresentado na subseção (2.3.4).

2.8 - Servoválvulas Eletro-hidráulicas de um Estágio

Seja uma servoválvula eletro-hidráulica de um estágio composta de um motor de força ligado diretamente a uma servoválvula tipo carretel, de 4 vias e centrada por mola, conforme mostra a figura (2.8.1).

Independentemente do tipo de ligação das bobinas e portanto do tipo de servo-amplificador utilizado, as equações para o motor de força podem ser dadas por:

$$V_m = L_b \frac{dI_m}{dt} + \frac{R_b}{2} I_m + K_{bf} \frac{dX_m}{dt} \quad (2.2.1)$$

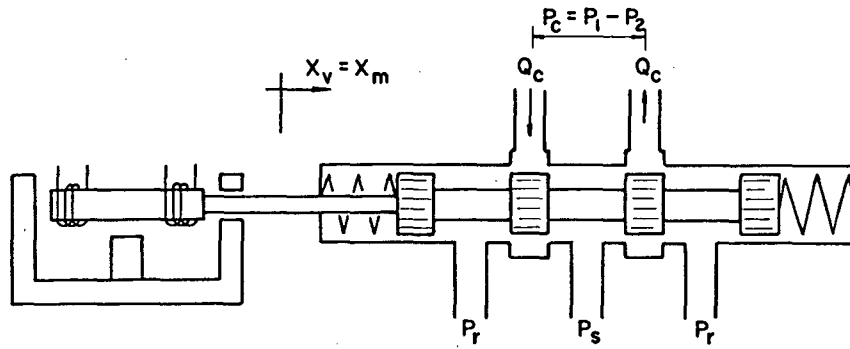


Figura (2.8.1) - Servoválvula eletro-hidráulica de um estágio.

e

$$F_m = K_f I_m = M_m \frac{d^2 X_m}{dt^2} + B_m \frac{dX_m}{dt} + K_m X_m + F_{cm} \quad (2.2.3)$$

cujos símbolos estão definidos na seção (2.2).

Considerando o uso de uma servoválvula tipo carretel crítica de 4 vias, com geometria ideal e pórticos retangulares, pode-se ter as seguintes equações:

$$Q_c = K_{q0} X_v - K_{c0} P_c \quad (2.4.33)$$

onde:

$$K_{q0} = C_d w \left(\frac{P_n}{\rho} \right)^{1/2} \quad (2.4.30)$$

$$K_{c0} = \frac{\pi w f_r^2}{32 \mu} \quad (2.4.34)$$

e:

$$F_v = M_v \frac{d^2 X_v}{dt^2} + B_{v0} \frac{dX_v}{dt} + K_{c0} X_v \quad (2.4.48)$$

onde:

$$B_{v0} = (L_s - L_r) C_d w (\rho P_n)^{1/2} \quad (2.4.49)$$

$$K_{v0} = 2 C_d C_v w \cos(\theta_f) P_n \quad (2.4.50)$$

e pode-se observar que a força de carga no motor de força será dada por:

$$F_{cm} = F_v + F_{mc} \quad (2.8.1)$$

onde:

$$F_{mc} = 2K_{mc} X_v = \text{força para vencer as molas de centragem do carretel } |N|. \quad (2.8.2)$$

$$K_{mc} = \text{rigidez de cada mola de centragem do carretel } |N \text{ m}^{-1}|.$$

Tendo em vista que:

$$X_m = X_v \quad (2.8.3)$$

pode-se combinar as equações (2.2.1) e (2.8.3) na forma:

$$V_m = L_b \frac{dI_m}{dt} + \frac{R_b}{2} I_m + K_{bf} \frac{dX_v}{dt} \quad (2.8.4)$$

da mesma forma, a combinação das equações (2.2.3), (2.4.48), (2.8.1), (2.8.2), (2.8.3) fornece:

$$\begin{aligned} K_f I_m = & (M_v + M_m) \frac{d^2 X_v}{dt^2} + (B_{v0} + B_m) \frac{dX_v}{dt} + \\ & + (K_{v0} + K_m + K_{mc}) X_v \end{aligned} \quad (2.8.5)$$

Assim, as equações relacionadas com uma servoválvula

eletro-hidráulica de 1 estágio acionada por motor de força são dadas pelas equações da tensão (2.8.4), da continuidade (2.4.33) e do movimento (2.8.5).

2.9 - Servoválvulas Eletro-hidráulicas de Dois Estágios com Realimentação de Posição

De acordo com [14] as servoválvulas com realimentação de posição podem ser classificadas como: - realimentação direta (seguidor hidráulico), realimentação por força (realimentação mecânica) e centradas por mola.

Como estes três tipos se assemelham construtivamente, será feito um equacionamento geral e após serão levantadas as peculiaridades de cada um. Assim, considera-se uma servoválvula hipotética, a qual não apresenta qualquer forma de realimentação interna, conforme mostrado na figura (2.9.1).

Observando-se a figura (2.9.1) verifica-se a presença de um motor de torque, uma servoválvula bocal-defletor de extremidade fina correspondendo ao primeiro estágio (estágio piloto) e uma servoválvula tipo carretel de 4 vias de centro crítico, com geometria ideal e pôrticos retangulares, como o 2º estágio.

De acordo com a seção (2.2) o motor de torque pode ser equacionado por:

$$V_m = L_b \frac{dI_m}{dt} + \frac{R_b}{2} I_m + K_{bt} \frac{d\theta_m}{dt} \quad (2.2.2)$$

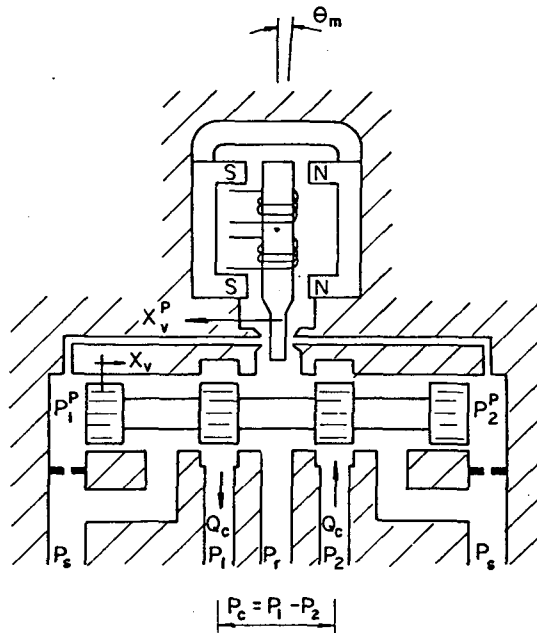


Figura (2.9.1) - Servoválvula eletro-hidráulica de 2 estágios sem realimentação interna (hipotética).

$$T_m = K_t I_m = J_m \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} + A_m \frac{d\theta_m}{dt} + G_m \theta_m + T_{cm} \quad (2.2.4)$$

O segundo elemento é uma servoválvula tipo bocal defletor e a ela está conectada o carretel da servoválvula do 2º estágio desempenhando a função do pistão em um cilindro. Esta configuração está apresentada de forma simplificada na figura (2.9.2).

Assim, as equações (2.5.35) a (2.5.38) apresentadas para servoválvulas bocal-defletor permitem escrever:

$$Q_c^p = K_{q0}^p X_v^p - K_{c0}^p P_c^p \quad (2.9.1)$$

onde:

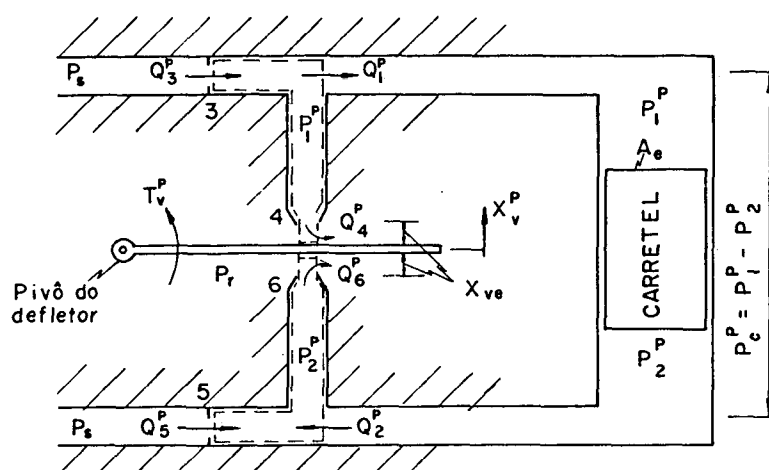


Figura (2.9.2) - Servoválvula bocal-defletor acionando uma servoválvula carretel.

$$K_{q0}^p = C_{db} \pi D_b \left(\frac{P_n}{\rho} \right)^{1/2} \quad (2.9.2)$$

$$K_{c0}^p = \frac{C_{db} \pi D_b X_{ve}}{(\rho P_n)^{1/2}} \quad (2.9.3)$$

$$K_{p0}^p = \frac{P_n}{X_{ve}} \quad (2.9.4)$$

Como a armadura atua como defletor, a mola de centragem é única e sua rigidez já foi incluída na equação (2.2.4). Desta forma, a partir da equação (2.5.45), tem-se:

$$\begin{aligned} T_v^p &= \frac{J_v^p}{r} \frac{d^2 X_v^p}{dt^2} - 8 \pi C_{db}^2 X_{ve} P_n r X_v^p + \\ &+ \left(\frac{\pi D_b^2}{4} + 4 \pi C_{db}^2 X_{ve}^2 \right) r P_c^p \end{aligned} \quad (2.9.5)$$

onde nestas equações o sobreíndice 'p' denota a servoválvula pi

loto.

Agora, considerando a servoválvula tipo carretel crítica e com geometria ideal, os vazamentos internos serão nulos e portanto a equação (2.6.22) pode ser escrita na forma:

$$Q_c^P = \frac{V_t^P}{4 \beta_{e0}} \frac{dp_c^P}{dt} + A_p \frac{dx_v}{dt} \quad (2.9.6)$$

A equação do movimento do carretel foi apresentada na subseção (2.4.2), mas de acordo com [14] a massa do fluido contido nas linhas piloto '1' e '2' normalmente é maior que a massa do carretel e aquela pode ser decomposta em uma parcela devido ao fluido contido em ambas as câmaras extremas do carretel e outra originada dos vários segmentos de linha, diferenciados pelas áreas de seção transversal e volumes correspondentes, ou seja:

$$M_f = \rho V_f + \sum_{i=1}^n \rho V_j \left(\frac{A_e}{A_j} \right)^2 \quad (2.9.7)$$

onde:

M_f = massa efetiva de fluido [kg].

V_f = volume total de fluido nas câmaras externas '1' e '2' do carretel [m³].

V_j = volume de fluido no j-ésimo segmento de canalização [m³].

A_j = área da seção transversal do j-ésimo segmento de canalização [m²].

A_e = área lateral externa do ressalto do carretel [m²].

n = número de segmentos de canalização [ADM].

Desta forma, considerando as equações (2.4.48) e (2.9.7), tem-se:

$$F_v = A_v P_c P = (M_v + M_f) \frac{d^2 X_v}{dt^2} + B_{v0} \frac{dX_v}{dt} + K_{v0} X_v \quad (2.9.8)$$

onde:

$$B_{v0} = (L_s - L_r) C_d w (\rho P_n)^{1/2} \quad (2.9.9)$$

$$K_{v0} = 2 C_d C_v w \cos(\theta_f) P_n \quad (2.9.10)$$

Além disso, a figura (2.9.1) mostra que para pequenas deflexões da armadura/defletor a relação:

$$X_v^P = \theta_m r \quad (2.9.11)$$

permite escrever a equação (2.2.2) e (2.2.3) como:

$$V_m = L_b \frac{dI_m}{dt} + \frac{R_b}{2} I_m + \frac{K_{bt}}{r} \frac{dX_v^P}{dt} \quad (2.9.12)$$

e

$$T_m = K_t I_m = \frac{J_m}{r} \frac{d^2 X_v^P}{dt^2} + \frac{A_m}{r} \frac{dX_v^P}{dt} + \frac{G_m}{r} X_v^P + T_{cm} \quad (2.9.13)$$

A última equação que falta ser mencionada a fim de se ter uma completa descrição deste tipo de servoválvula é a equação da continuidade para a servoválvula do 2º estágio, dada por:

$$Q_c = K_{q0} X_v - K_{c0} P_c \quad (2.4.33)$$

onde:

$K_{q0} = C_d w \left(\frac{P}{\rho} \right)$	(2.4.30)
--	----------

$K_{c0} = \frac{\pi w f_r^2}{32 \mu}$	(2.4.34)
---------------------------------------	----------

$K_{p0} = \frac{32 \mu C_d (P_n / \rho)^{1/2}}{\pi f_r^2}$	(2.4.35)
--	----------

Os parâmetros e variáveis não definidos aqui podem ser encontrados nas subseções onde as equações foram apresentadas originalmente.

Estas expressões levantadas serão agora aplicadas aos tipos básicos de servoválvulas com realimentação de posição [14], ou seja:

2.9.1 - Servoválvulas Eletro-hidráulicas de Dois Estágios com Realimentação por Força (Realimentação Mecânica)

Conforme mostrado na figura (2.9.3), a característica especial desta servoválvula é a presença de uma haste de realimentação colocada entre o carretel e o defletor. Esta configuração faz com que o torque de carga no motor de torque seja dado por:

$$T_{cm} = T_v^P + T_h \quad (2.9.14)$$

onde:

T_h = torque da haste de realimentação [N m].

De acordo com [14] pode-se escrever que:

$$T_h = K_h ((r + s) \Theta_m + X_v) (r + s) \quad (2.9.15)$$

onde:

K_h = rigidez da haste de realimentação $[N \cdot m^{-1}]$.

r = comprimento útil do defletor $[m]$.

s = comprimento da haste de realimentação $[m]$.

E empregando a equação (2.9.11), tem-se:

$$T_h = K_h \left(\frac{(r + s)^2}{r} X_v^P + (r + s) X_v \right) \quad (2.9.16)$$

Considerando as equações (2.9.5), (2.9.14) e (2.9.16) a equação (2.9.13) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} K_t I_m = & \left(\frac{J_m}{r} + \frac{J_v^P}{r} \right) \frac{d^2 X_v^P}{dt^2} + \frac{A_m}{r} \frac{dX_v^P}{dt} + \left(\frac{G_m}{r} + K_h \frac{(r + s)^2}{r} - \right. \\ & - 8 \pi C_{db}^2 X_{ve}^P n r) X_v^P + \left(-\frac{\pi D_b^2}{4} + 4 \pi C_{db}^2 X_{ve}^2 \right) r P_c^P + \\ & + K_h (r + s) X_v \end{aligned} \quad (2.9.17)$$

Com esta colocação, o conjunto de equações dado por:

- equação da tensão (2.9.12)
- equação do movimento do motor de torque e servoválvula bocal-defletor (2.9.17)
- equação da continuidade para servoválvula bocal-defletor (2.9.1) com (2.9.2) a (2.9.4)
- equação da continuidade para servoválvula tipo car-

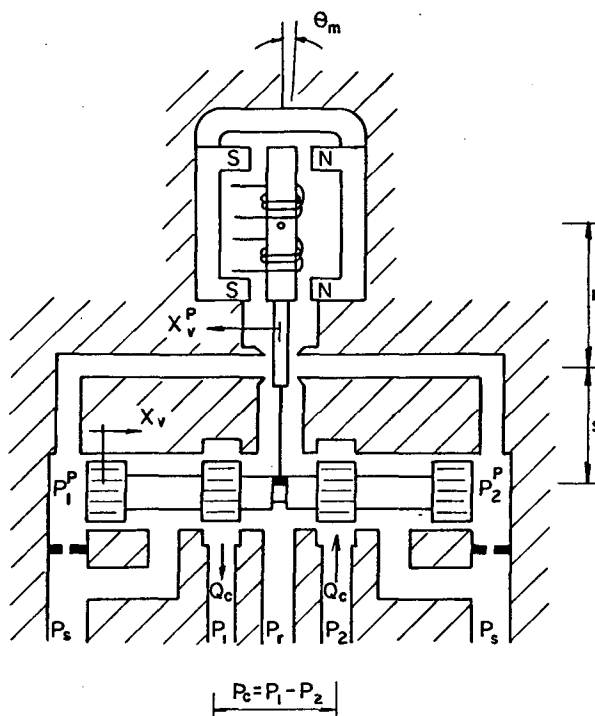


Figura (2.9.3) - Servoválvula eletro-hidráulica de 2 estágios com realimentação por força.

retel operando como atuador (2.9.6)

- equação do movimento da servoválvula tipo carretel (2.9.8) com (2.9.7), (2.9.9), (2.9.10)
- equação da continuidade para servoválvula tipo carretel (2.4.33) com (2.4.30), (2.4.34) e (2.4.35)

descreve completamente o comportamento de uma servoválvula eletro-hidráulica de 2 estágios com realimentação por força (realimentação mecânica).

2.9.2 - Servoválvulas Eletro-hidráulicas de Dois Estágios com Realimentação Direta (Seguidor Hidráulico)

A figura (2.9.4) apresenta uma servoválvula eletro-hidráulica com realimentação direta, onde se observa que os bocais da servoválvula piloto estão incorporados ao carretel de forma que a variação efetiva na folga entre o bocal e o defletor é dada por:

$$x_e = x_v^p - x_v \quad (2.9.18)$$

Com isto, a equação (2.9.1) pode ser escrita como:

$$Q_c^p = K_{q0}^p x_v^p - K_{q0}^p x_v + K_{c0}^p p_c^p \quad (2.9.19)$$

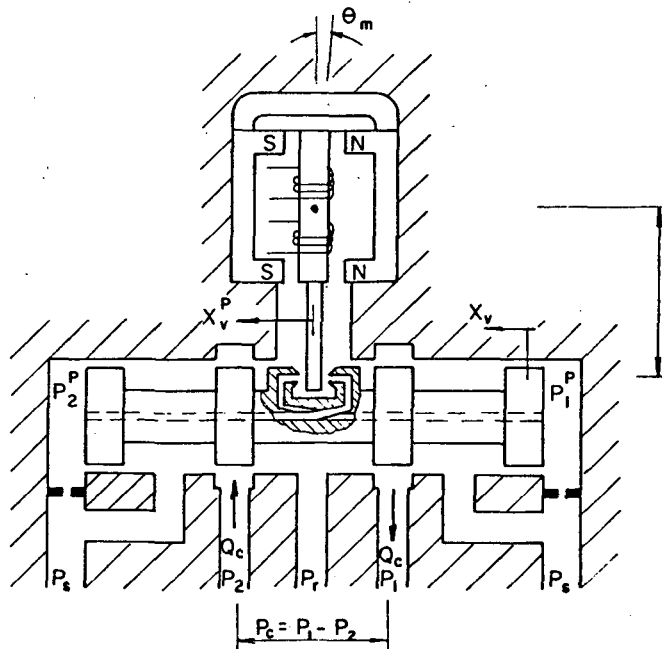


Figura (2.9.4) - Servoválvula eletro-hidráulica de 2 estágios com realimentação direta.

A combinação das equações (2.9.5), (2.9.13) e (2.9.18), tendo em vista que:

$$T_{cm} = T_v^P \quad (2.9.20)$$

fornece:

$$\begin{aligned} K_t I_m = & \left(\frac{J_m}{r} + \frac{J_v^P}{r} \right) \frac{d^2 X_v^P}{dt^2} + \frac{A_m}{r} \frac{dX_v^P}{dt} + \left(\frac{G_m}{r} - \right. \\ & \left. - 8 \pi C_{db}^2 X_{ve}^P P_n r \right) X_v^P + \frac{\pi D_b^2}{4} + \\ & + 4 \pi C_{db}^2 X_{ve}^2 r P_c^P + 8 \pi C_{db}^2 X_{ve}^P P_n r X_v \end{aligned} \quad (2.9.21)$$

E pode-se concluir que o comportamento dinâmico de uma servoválvula eletro-hidráulica de 2 estágios com realimentação direta (seguidor hidráulico) pode ser descrita pelas seguintes equações:

- equação da tensão (2.9.12)
- equação do movimento do motor de torque e servoválvula bocal-defletor (2.9.21)
- equação da continuidade para servoválvula bocal-defletor (2.9.19) com (2.9.2), (2.9.3) e (2.9.4)
- equação da continuidade para servoválvula carretel operando como atuador (2.9.6)
- equação do movimento para servoválvula carretel (2.9.8) com (2.9.7), (2.9.9) e (2.9.10)
- equação da continuidade para servoválvula carretel (2.4.33) com (2.4.30), (2.4.34) e (2.4.35).

2.9.3 - Servoválvulas Eletro-hidráulicas de Dois Estágios Centradas por Mola

Um modelo de servoválvula eletro-hidráulica centrada por mola pode ser visto na figura (2.9.5) em que o único elemento que a difere da figura (2.9.1) são as molas de centragem do carretel de forma que a força necessária para movimentar o carretel principal deverá ser acrescida, de tal forma que se pode substituir ' K_{v0} ' na equação (2.9.8) por:

$$K_{ve} = K_{v0} + 2 K_{mc} \quad (2.9.22)$$

onde:

K_{ve} = rigidez efetiva do carretel $[N \text{ m}^{-1}]$

K_{mc} = rigidez de cada mola de centragem do carretel
 $[N \text{ m}^{-1}]$

obtendo-se:

$$A_p P_c P = (M_v + M_f) \frac{d^2 X_v}{dt^2} + B_{v0} \frac{dX_v}{dt} + K_{ve} X_v \quad (2.9.23)$$

onde:

$$B_{v0} = (L_r - L_s) C_d w (\rho P_n)^{1/2} \quad (2.9.24)$$

(para servoválvulas de três ressaltos)

e a condição de que:

$$T_{cm} = T_v^P \quad (2.9.25)$$

implica na substituição das equações (2.9.5) e (2.9.13) por:

$$\begin{aligned}
 K_t I_m = & \left(\frac{J_m}{r} + \frac{J_v^P}{r} \right) \frac{d^2 X_v^P}{dt^2} + \frac{A_m}{r} \frac{dX_v^P}{dt} + \\
 & + \left(\frac{G_m}{r} - 8 \pi C_{db}^2 X_{ve}^P P_n r \right) X_v^P + \left(\frac{\pi D_b^2}{4} + \right. \\
 & \left. + 4 \pi C_{db}^2 X_{ve}^2 \right) r P_c^P
 \end{aligned}
 \tag{2.9.26}$$

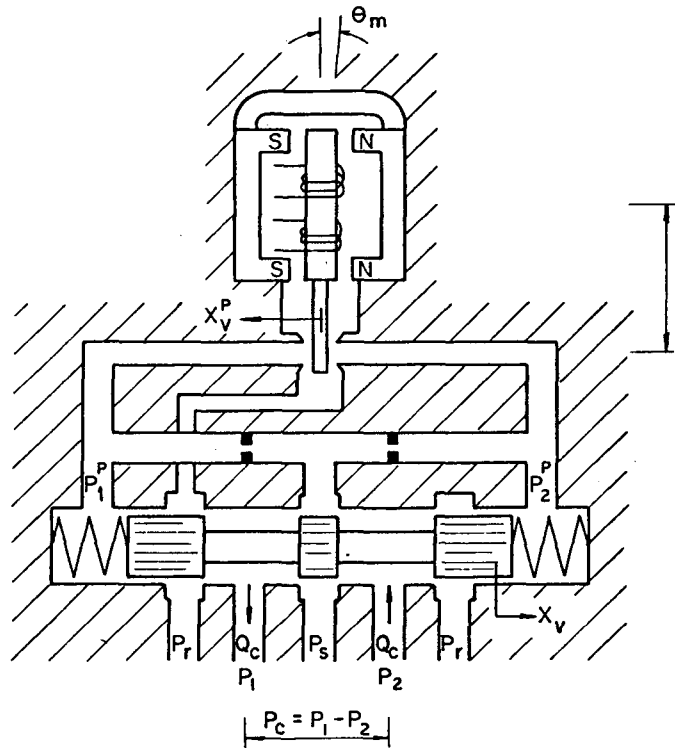


Figura (2.9.5) - Servoválvula eletro-hidráulica de 2 estágios centrada por mola.

Portanto, esta servoválvula pode ser completamente equacionada empregando:

- equação da tensão (2.9.12)
- equação do movimento do motor de torque e da servoválvula bocal-defletor (2.9.26)

- equação da continuidade para servoválvula bocal-defletor (2.9.1) com (2.9.2), (2.9.3) e (2.9.4)
- equação da continuidade para servoválvula tipo carretel operando como atuador (2.9.6)
- equação do movimento da servoválvula tipo carretel (2.9.23) com (2.9.7), (2.9.10), (2.9.22) e (2.9.24)
- equação da continuidade para servoválvula carretel (2.4.33) com (2.4.30), (2.4.34) e (2.4.35).

CAPÍTULO III

3. DESCRIÇÃO MATEMÁTICA DE SISTEMAS E ESPECIFICAÇÃO DE PROGRAMAS EMPREGADOS PARA SIMULAÇÃO E ANÁLISE

3.1 - Preliminares

Dentro do estudo e projeto de sistemas, pode-se identificar quatro etapas básicas [6]:

- Modelagem,
- Escolha da forma de representação matemática,
- Análise,
- Projeto.

Para alguns subsistemas de servomecanismos hidráulicos, a primeira etapa foi consolidada no capítulo (2), e o modelo global de um dado servomecanismo poderá ser obtido através da combinação destes modelos específicos.

Agora, se faz necessário manipular estas equações de forma a obter uma representação matemática que viabilize a análise e projeto destes sistemas de controle.

Esta representação matemática pode ser feita sob duas formas principais:

- Descrição entrada-saída ou descrição externa,
- Descrição por equações dinâmicas, também conhecida por descrição por variáveis de estado ou descrição interna.

A descrição entrada-saída (ligada historicamente à teo

ria clássica de controle) foi o primeiro método sistemático para a análise e projeto de sistemas (1930), e fundamenta-se na teoria de funções de variáveis complexas, em particular na transformada de Laplace ou na transformada-Z [3].

A descrição por equações dinâmicas (teoria moderna de controle) tornou-se proeminente no final dos anos 50, tendo como base a álgebra linear e teoria de matrizes [3].

Neste trabalho enfatiza-se a descrição por equações dinâmicas, tendo em vista os seguintes aspectos [3], [6]:

- No domínio tempo, este tipo de representação permite informações acerca de um grande número de variáveis e não somente a variável de saída, como acontece na descrição entrada-saída.

- Análises mais precisas que incluam maior número de variáveis, podem ser feitas com maior facilidade que na teoria clássica.

- A descrição por equações dinâmicas é aplicável a sistemas não-relaxados inicialmente, ao contrário da descrição entrada-saída,

- A descrição por equações dinâmicas permite a pronta simulação em computadores digital e analógico,

- Em termos gerais, a descrição por equações dinâmicas possibilita um método poderoso e uniforme de representação de sistemas de ordem arbitrária, lineares ou não, com coeficientes constantes ou variantes no tempo.

É importante ressaltar que os conceitos e técnicas da descrição entrada-saída não são desprezados, mas sim empregados

em conjunto com os da descrição por variáveis de estado. Isto se justifica pela sensibilidade e intuição proporcionados [3].

Por fim, para conduzir a simulação e análise de servomecanismos hidráulicos, reuniu-se um conjunto de programas que permite ao usuário uma boa sensibilidade das características dinâmicas, possibilitando, de certa forma, avaliar a influência da variação de parâmetros no comportamento do sistema. Cabe mencionar que este trabalho não pretende utilizar ferramentas mais específicas como otimização [3] e análise de sensibilidade [8],[24] entre outras, deixando esta lacuna para possíveis trabalhos posteriores.

3.2 - Descrição Matemática por Equações Dinâmicas

Conforme [3], [6], o ESTADO de um sistema está relacionado com a quantidade de energia armazenada em um instante inicial, ou seja, é um conceito intimamente ligado às variáveis do sistema cujas condições iniciais se necessita conhecer para descrevê-lo.

Em vista disso, o conjunto de equações que descreve as relações unívocas entre ENTRADA, SAÍDA e ESTADO é chamado de EQUAÇÃO DINÂMICA e, para o caso linear e invariante no tempo [6], é dado na forma:

$$\frac{d(X(t))}{dt} = A X(t) + B U(t) \quad (3.1.1.a)$$

$$Y(t) = C X(t) + D U(t) \quad (3.1.1.b)$$

onde:

$$\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ " \\ " \\ x_n(t) \end{bmatrix} = \text{vetor de estados.}$$

$x_i(t)$ = variáveis de estado.

$$\mathbf{U}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ " \\ " \\ u_m(t) \end{bmatrix} = \text{vetor de entradas.}$$

$u_i(t)$ = entradas.

$$\mathbf{Y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ " \\ " \\ y_q(t) \end{bmatrix} = \text{vetor de saídas.}$$

$y_i(t)$ = saídas.

n = número de variáveis de estado.

m = número de entradas.

q = número de saídas.

A, B, C, D = matrizes reais constantes de ordens $n \times n$, $n \times m$, $q \times n$ e $q \times m$, respectivamente.

No caso de sistemas que apresentam realimentação de variáveis, pode-se empregar o conceito de realimentação de estados [3], [6], de forma que a entrada seja definida pela seguinte lei de controle:

$$U(t) = W(t) + V(t) \quad (3.1.2.a)$$

sendo:

$$W(t) = K X(t) \quad (3.1.2.b)$$

onde:

$W(t)$ = vetor de entradas de realimentação de ordem $mx1$.

K = matriz real constante de ordem mxn .

$V(t)$ = vetor de entradas no sistema de ordem $mx1$.

Substituindo-se a expressão (3.1.2) em (3.1.1), pode-se obter:

$$\frac{d(X(t))}{dt} = A X(t) + B K X(t) + B V(t) \quad (3.1.3.a)$$

$$Y(t) = C X(t) + D K X(t) + D V(t) \quad (3.1.3.b)$$

ou então:

$$\frac{d(X(t))}{dt} = (A + B K) X(t) + B V(t) \quad (3.1.4.a)$$

$$Y(t) = (C + D K) X(t) + D V(t) \quad (3.1.4.b)$$

A representação em diagrama de blocos [6] das equações (3.1.3) ou (3.1.4) é mostrada na figura (3.2.1)

Conforme será visto na seção (3.3), o programa de simulação prevê que o vetor de entradas do sistema ($V(t)$) pode ser constituído de entradas de referência e entradas de perturbação,

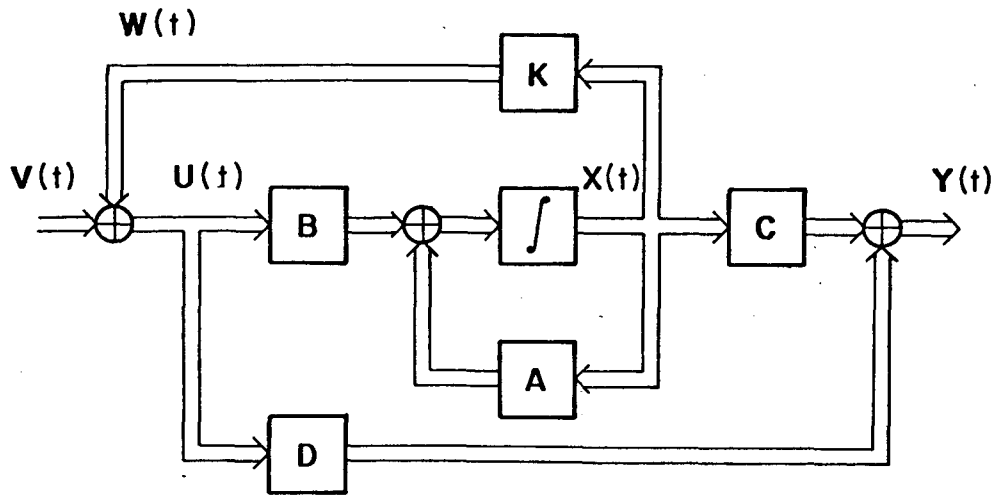


Figura (3.2.1) - Diagrama de blocos matricial de uma equação dinâmica com realimentação de estados.

ou seja:

$$\mathbf{V}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}(t) \\ \mathbf{PT}(t) \end{bmatrix} \quad (3.1.5)$$

onde

$\mathbf{R}(t)$ = vetor de entradas de referência de ordem $m_1 \times 1$,

$\mathbf{PT}(t)$ = vetor de entradas de perturbação de ordem $m_2 \times 1$,

$$m = m_1 + m_2.$$

Vale ressaltar que esta distinção toma como base que as entradas de referência podem ser facilmente representadas por funções polinomiais, exponenciais ou senoidais, enquanto que as entradas de perturbação são inseridas no sistema através de uma subrotina específica, conforme será visto posteriormente.

Desta forma, as matrizes 'B' e 'D' devem ser particio-

nadas em duas outras, como:

$$B = \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \end{bmatrix} \quad (3.1.6.a)$$

$$D = \begin{bmatrix} D_1 & D_2 \end{bmatrix} \quad (3.1.6.b)$$

onde:

B_1 = matriz real constante de ordem $n \times m_1$.

B_2 = matriz real constante de ordem $n \times m_2$.

D_1 = matriz real constante de ordem $q \times m_1$.

D_2 = matriz real constante de ordem $q \times m_2$.

Assim, as expressões (3.1.5) e (3.1.6) permitem escrever a equação (3.1.3) na forma:

$$\frac{d(X(t))}{dt} = A X(t) + B K X(t) + B_1 R(t) + B_2 PT(t) \quad (3.1.7.a)$$

$$Y(t) = C X(t) + D K X(t) + D_1 R(t) + D_2 PT(t) \quad (3.1.7.b)$$

Como se pode observar, na equação (3.1.7.b) a saída é uma combinação linear de estados e entradas, cuja determinação é fundamentada na definição de variáveis mensuráveis como saídas que, conseqüentemente, tenham significado físico. No caso de serem mecanismos hidráulicos, normalmente tem-se verificado a possibilidade de que todas as variáveis de estado escolhidas tenham significado físico [23], [24], de forma que o vetor de saída pode ser considerado igual ao vetor de estado sem perda das infor-

mações desejadas. Portanto tem-se que:

$$\mathbf{C} = \mathbf{I}_n \quad (3.1.8)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{0} \quad (3.1.9)$$

onde: \mathbf{I}_n = matriz identidade de orden n

Esta consideração traz como benefício a redução do número de variáveis envolvidas, simplificando a estrutura do programa e a saída de resultados. Desta forma, o sistema ser simulado pode ser apenas descrito pela equação (3.1.7.a).

3.3 - Programas para Simulação e Análise

Através da modelagem e descrição matemática de diversos servosistemas hidráulicos (eletro-hidráulicos e mecânico-hidráulicos), observou-se que, para um mesmo sistema, a ordem de grandeza dos parâmetros pode ser bastante distinta (por exemplo, da ordem de 10^{-11} a 10^{18}). Como consequência, as matrizes de representação de estados podem se tornar mal-condicionadas. Por matrizes mal-condicionadas, entende-se que pequenas perturbações em seus elementos afetam a precisão da sua representação do sistema, principalmente quando do cálculo de auto-valores [26], [27].

Estes aspectos determinam algumas características básicas dos programas, como o emprego de dupla precisão (para minimizar erros de arredondamento) e formatos adequados para a leitura e impressão de dados e resultados.

O mal-condicionamento pode ser minimizado através do escalonamento das matrizes [27]. Contudo, como foge ao escopo deste trabalho a pesquisa e avaliação dos diversos algoritmos para simulação e análise, empregou-se algoritmos já implementados através de programas do Departamento de Engenharia Elétrica da UFSC ou de subrotinas pertencentes a bibliotecas IBM, mas que não promovem o escalonamento de matrizes, o que, até o momento, não conduziu a resultados imprecisos.

3.3.1 - Programa para Simulação

A partir do programa SSLA do Departamento de Engenharia Elétrica da UFSC, foram realizados uma série de aprimoramentos a fim de aumentar a flexibilidade na apresentação de resultados e adaptá-lo à utilização em servomecanismos hidráulicos.

Neste programa pode-se identificar duas partes principais: o programa principal - PROSED - e uma biblioteca - PROLIB - à qual pertencem as subrotinas pertinentes ao programa.

Programa principal: a estruturação do programa principal pode ser vista na figura (3.3.1) onde são apresentadas, de forma geral, as etapas principais. As variáveis 'm', 'm₂' foram citadas acima, enquanto que 'IR' é o parâmetro que determina a forma de impressão de resultados.

Biblioteca:

subrotina SIAM4: esta subrotina proporciona a solução do sistema de equações diferenciais de 1^a ordem através do método preditor-corretor de Adams-Moulton sendo inicializado pelo método de Runge-Kutta de 4^a ordem [4].

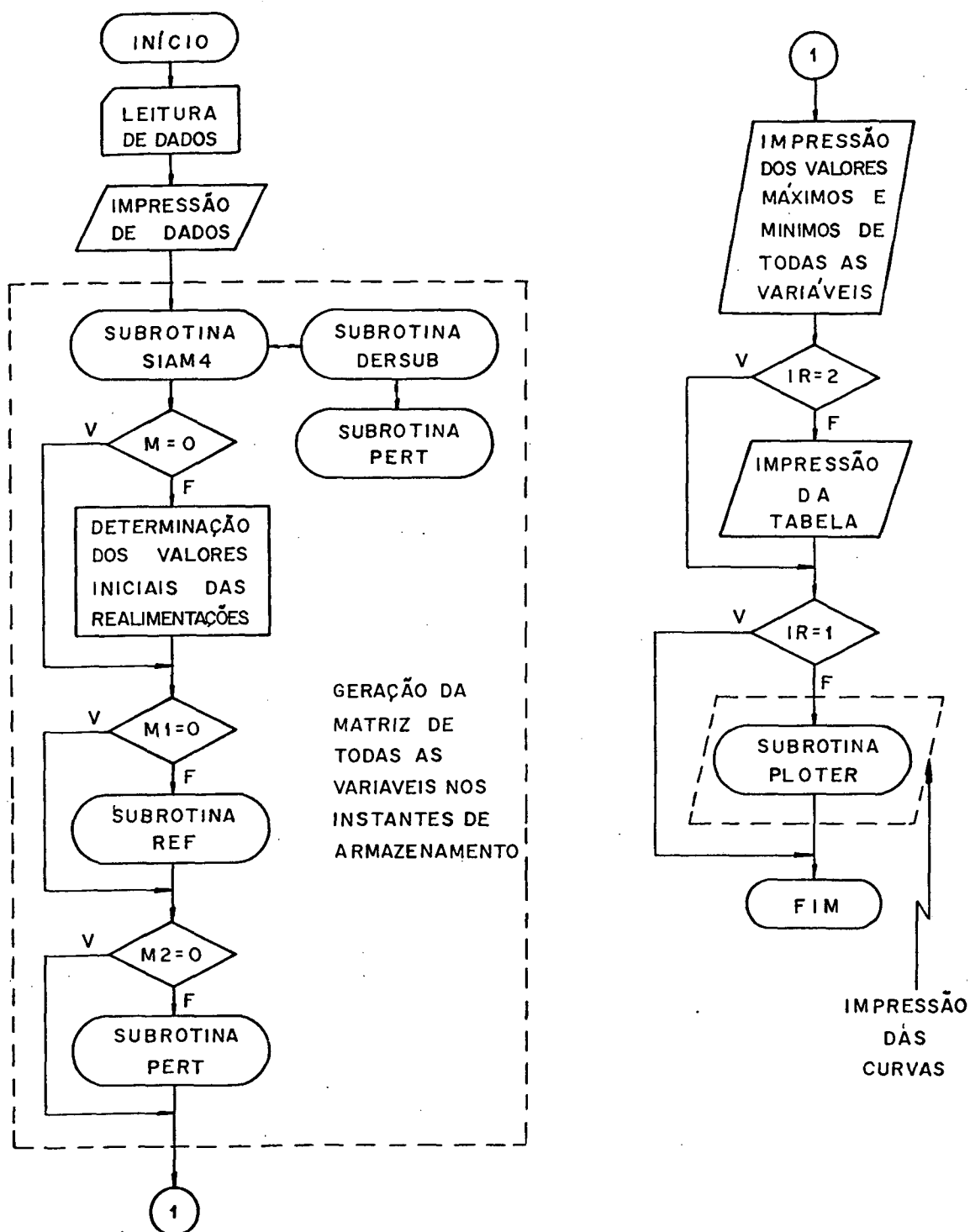


Figura (3.3.1) - Fluxograma geral do programa principal.

Subrotina DERSUB: auxilia a subrotina SIAM4 calculando os valores das derivadas a cada passo de integração.

Subrotina PERT: esta subrotina gera funções discretas ou contínuas por partes que atuam como entradas de perturbações. Portanto, quando a variável lida ' m_2 ' for diferente de zero esta subrotina deverá ser alterada de modo a fornecer as entradas desejadas.

Subrotina REF: destina-se ao cálculo do valor das entradas de referência em cada instante a ser armazenado (impresso).

Subrotina PLOTTER: permite a representação gráfica de todas as variáveis (ou daquelas especificadas) em função do tempo. Pode-se obter todas as curvas em um mesmo sistema de coordenadas ou uma plotagem independente para cada variável.

3.3.2 - Programa para o Cálculo de Auto-Valores

Este programa é originário do Departamento de Engenharia Elétrica da UFSC e viabiliza o acesso à subrotina EIGRF disponível no sistema operacional CMS implementado no computador IBM 4341 da UFSC.

A partir de uma descrição na forma da expressão (3.1.1) ou (3.1.3), é possível se obter os auto-valores e auto-vetores (estes últimos não são empregados nesta análise) do sistema. Para o caso de equações dinâmicas irreduzíveis (controláveis e observáveis) [6], é possível uma associação com os conceitos da teoria clássica, pois neste caso os auto-valores correspondem às raízes do polinômio característico da matriz de transferência do

sistema [6].

Vale ressaltar, que a irredutibilidade de uma equação dinâmica implica em que a ordem da matriz ' A ' é a menor possível para descrever o sistema. Em outras palavras, a ordem de ' A ' é a mesma do polinômio característico da matriz de transferência do sistema [6].

3.3.3 - Programa para o Traçado do Lugar das Raízes

É bem conhecido que o método do lugar das raízes se aplica a sistemas descritos por funções de transferência e que permite avaliar o efeito da variação de parâmetros sobre o comportamento dinâmico [7], [19].

Estes parâmetros normalmente estão associados com o ganho do sistema. Contudo, um rearranjo algébrico no polinômio característico, permite igualmente investigar a variação de outros parâmetros do sistema [19].

Para o caso de sistemas descritos por variáveis de estado, o comportamento dinâmico é ditado pelos auto-valores da matriz ' A ' (ou de ' $A + B K$ ', no caso de sistemas com realimentação de estados) [6]. Como os elementos das matrizes correspondem aos parâmetros do sistema (ou a combinações destes), ao se escolher um parâmetro que deva ser variado incrementalmente, deve-se definir incrementos a todos os elementos das matrizes ' A ', ' B ' e ' K ' aos quais este faça parte, e então calcular os auto-valores correspondentes a cada novo valor do parâmetro.

Para o programa desenvolvido, estes incrementos são definidos como segue:

Seja 'P' um dado parâmetro onde:

p^i = valor inicial do parâmetro.

p^f = valor final do parâmetro.

ΔP = valor incremental do parâmetro.

$$NI = \frac{p^f - p^i}{P} = \text{número de incrementos.}$$

Considere agora, um dado elemento genérico ' m_{ij} ' das matrizes que seja função de 'P':

$$m_{ij} = f_{ij}(P)$$

É estabelecido que:

$$m_{ij}^i = f_{ij}(p^i) = \text{valor inicial do elemento.}$$

$$m_{ij}^f = f_{ij}(p^f) = \text{valor final do elemento.}$$

E pode-se definir:

$$\Delta m_{ij} \cong \frac{m_{ij}^f - m_{ij}^i}{NI} = \text{valor incremental do elemento.}$$

Por fim, se, e somente se, ' f_{ij} ' é linear, a seguinte expressão é válida:

$$\Delta m_{ij} = f_{ij}(\Delta P)$$

Conforme já mencionado, o objetivo final deste programa é avaliar os auto-valores a cada novo valor de 'P' (entre ' p^i ' e ' p^f '). Para isto, se utiliza ' Δm_{ij} ' como valor incremental ao invés de ' ΔP ', já que assim se elimina a necessidade de mudanças internas no programa para cada parâmetro a ser analisado. É importante ressaltar, contudo, que este procedimento fornece-

rã apenas resultados aproximados sempre que ' f_{ij} ' for não-linear. O erro induzido dependerá do tipo de função, porém se necessário, poderá ser minimizado reduzindo-se a variação total de 'P'.

Na figura (3.3.2) é apresentado o fluxograma geral onde se identifica o uso da subrotina EIGRF, para o cálculo dos auto-valores, e da subrotina GRAF desenvolvida para permitir o traçado do lugar das raízes.

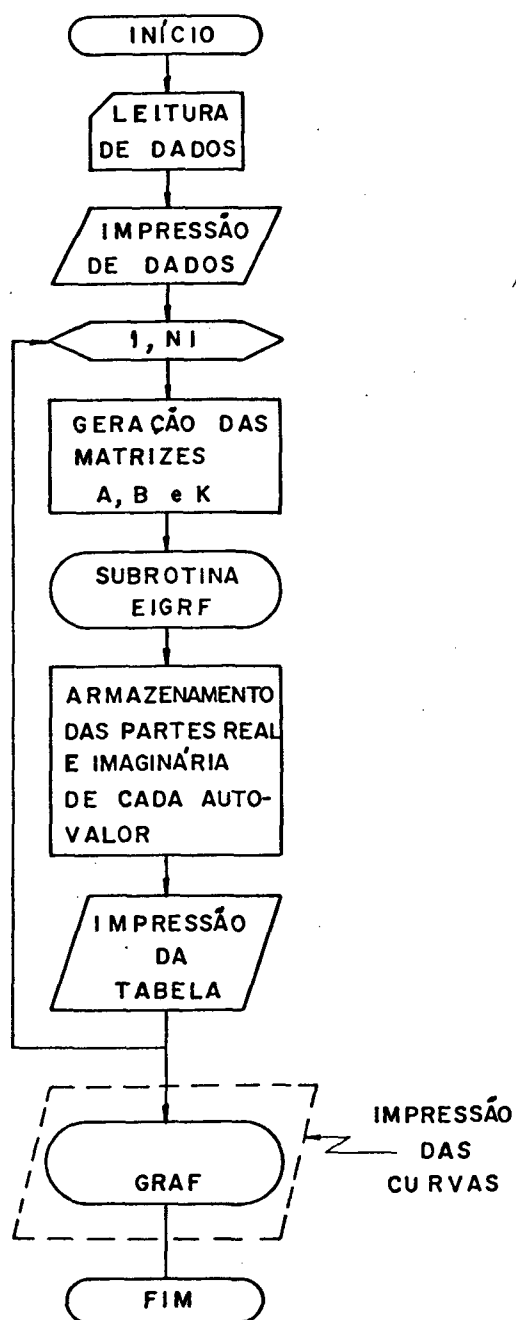


Figura (3.3.2) - Fluxograma geral do algoritmo para o traçado do lugar das raízes.

CAPÍTULO IV

4. SIMULAÇÃO E ANÁLISE DE UM SERVOMECANISMO MECÂNICO-HIDRÁULICO

4.1 - Preliminares

Com o objetivo de aplicar os conceitos desenvolvidos nos capítulos anteriores, parte-se agora para a modelagem e análise linear de um servomecanismo mecânico-hidráulico de controle de posição do leme de um avião de fabricação nacional.

O comportamento dinâmico é avaliado em duas condições de operação, através da representação gráfica de auto-valores e da simulação com uma entrada característica deste sistema. Também é realizada a comparação de resultados teóricos e experimentais para duas deflexões de leme, além do estudo da influência da realimentação de pressão e da rigidez estrutural no comportamento do sistema.

4.2 - Descrição do Sistema

Este sistema de controle de leme pode ser subdividido em diversos elementos, conforme mostrado na figura (4.2.1), identificando-se três itens básicos:

— O TERMINAL DE ENTRADA, que é constituído de pedais que são utilizados em manobras durante o voo, e de um volante que permite deslocar a posição neutra do leme a um valor desejado.

— O SISTEMA DE CONTROLE, que incorpora o sistema de

transmissão por cabos, que envia o sinal emitido pelo piloto na ENTRADA para a unidade de controle que, por sua vez, é constituída de dois circuitos hidráulicos iguais e independentes de forma a propiciar redundância. A unidade de controle estabelece uma vazão de controle para dois atuadores que são responsáveis pela movimentação do leme, sendo que este movimenta uma alavanca que permite a realimentação de posição para a unidade de controle.

— O TERMINAL DE SAÍDA que é constituído pelo leme que deve ter sua posição controlada.

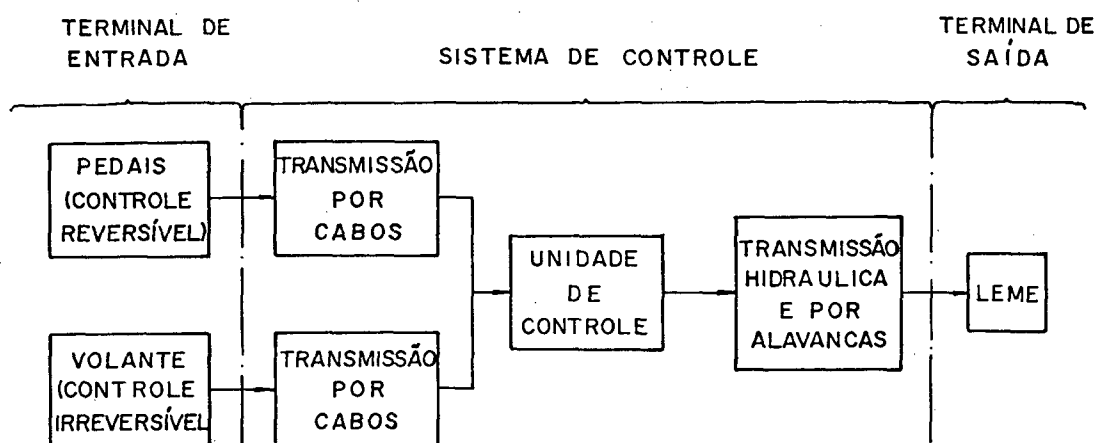


Figura (4.2.1) - Diagrama de blocos do sistema de controle do leme.

Neste trabalho, considera-se o volante na posição neutra (a posição neutra do leme não está deslocada de sua origem) e portanto o único meio de controle do sistema é através dos pedais que, quando pressionados, acionam um sistema mecânico-hidráulico (instalado na unidade de controle) que, além de retornar o pedal para a posição inicial, oferece uma resistência ao movimento, de modo que o esforço necessário seja proporcional ao deslocamento desejado no leme.

O funcionamento global do sistema pode ser visualizado a partir da figura (4.2.2) onde as setas indicam o sentido positivo das variáveis e o segundo subíndice ('1' ou '2') indica o circuito ao qual se refere a variável. O movimento dos pedais, dado pelo piloto ou co-piloto, é transmitido diretamente para a haste de entrada, causando um deslocamento ' X_e '. Com isto, a alavanca de soma é movida com relação à haste de realimentação que, através das alavancas intermediárias, desloca a servoválvula de uma quantidade ' X_v '. Com a abertura da servoválvula, é suprida uma vazão de controle ' Q_c ' para os atuadores os quais movem o leme e, conseqüentemente, a haste de realimentação. O movimento da realimentação ' X_r ' é transmitido para a alavanca de soma fazendo com que a servoválvula retorne à posição central, ou seja, o leme pare na posição desejada.

Na realidade, devido à presença de uma restrição em paralelo com o atuador, apenas uma parcela da vazão de controle vai para este. Segundo o fabricante do avião, esta restrição foi incorporada para estabilizar o sistema, sendo seu efeito analisado na seção (2.5).

A unidade de controle apresenta-se detalhada na figura (4.2.3) onde os seguintes componentes, dentre outros, podem ser identificados para cada circuito hidráulico:

- servoválvula de 4 vias, tipo carretel com três ressaltos,
- válvula "by-pass",
- válvula solenóide de 3 vias, duas posições, normalmente aberta.

Como se observa, cada válvula solenóide é responsável

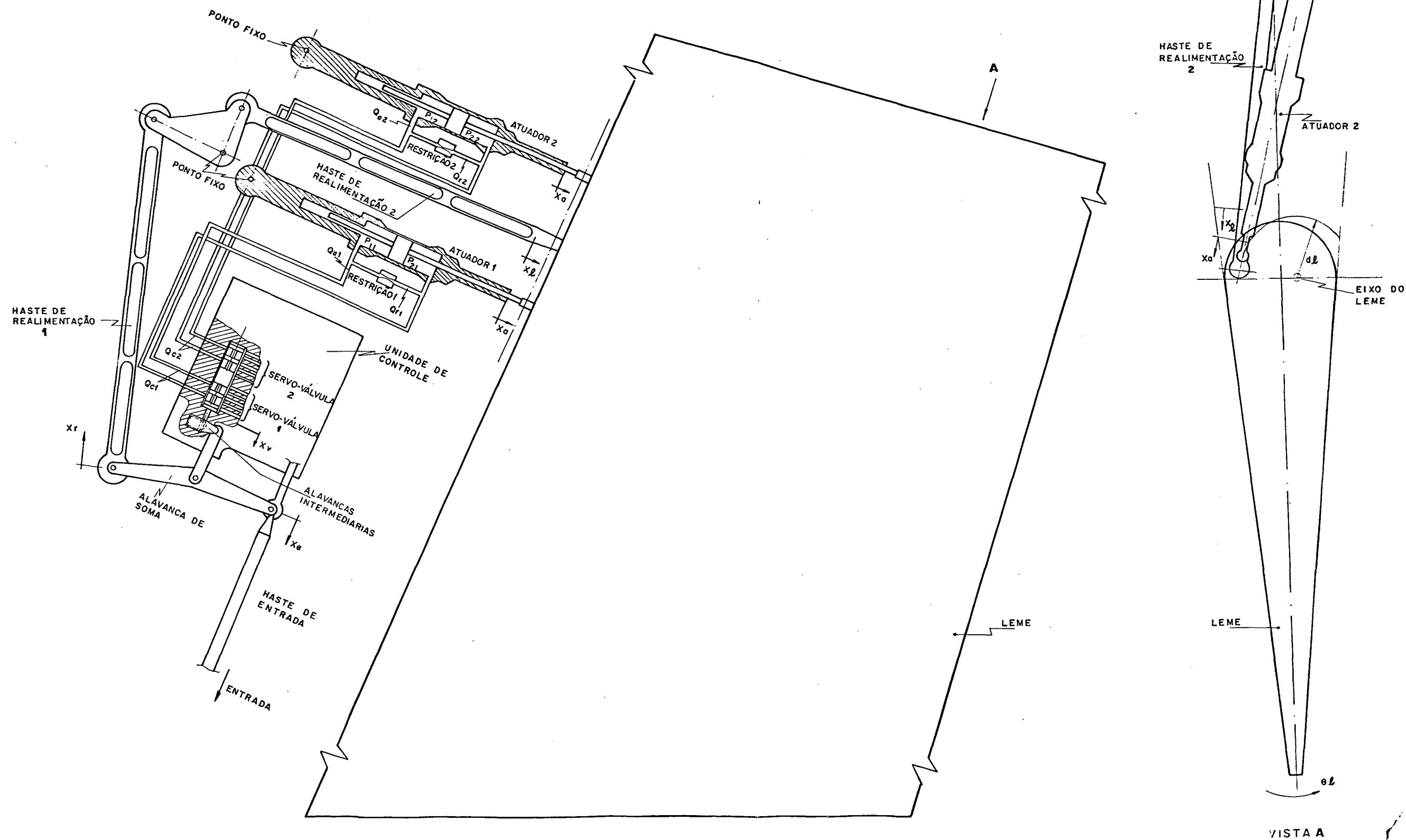


Figura (4.2.2) – Esquema do unidade de controle, da transmissão hidráulica e por alavancas e do leme.

pela energização ou não do circuito hidráulico correspondente. Com isto, é possível identificar três modos de operação do sistema:

— Modo 'a': com os dois circuitos energizados. Nesta condição, os esforços a serem vencidos por cada circuito são iguais.

— Modo 'b': com apenas um circuito hidráulico energizado. O atuador do circuito desenergizado será arrastado pelo circuito operante, fazendo com que o fluido passe de uma câmara a outra através da válvula "by-pass".

— Modo 'c': com os dois circuitos desenergizados. Nesta condição o comando é feito diretamente através da haste de realimentação.

Para fins de análise, deter-se-á aos modos de operação 'a' e 'b' (com o circuito '2' energizado) por expressarem completamente as características dinâmicas do sistema.

Como dados característicos do sistema hidráulico tem-se:

— Tipo do sistema: pressão constante, tipo II segundo MIL-H-5440.

— Fluido hidráulico: MIL-H-5606.

— Pressão de suprimento para a unidade de controle:
 $P_{suc} = 20,67346939 \text{ MPa (3000 PSI)}.$

— Pressão de retorno da unidade de controle: $P_r = 0,7$ MPa.

— Perda de carga na válvula solenóide: $P_{vs} =$
 $3,238843537 \text{ MPa (470 PSI)}.$

— Faixa de Temperatura de operação do fluido: $T = -54^{\circ}\text{C}$ a 135°C .

— Massa específica do fluido: $\rho = 833,3 \text{ kg m}^{-3}$ (para $T = 40^{\circ}\text{C}$ e pressão atmosférica).

— Viscosidade cinemática do fluido: $\nu = 1,35 \times 10^{-5} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ (para $T = 40^{\circ}\text{C}$).

— Densidade do fluido: $d = 0,873$.

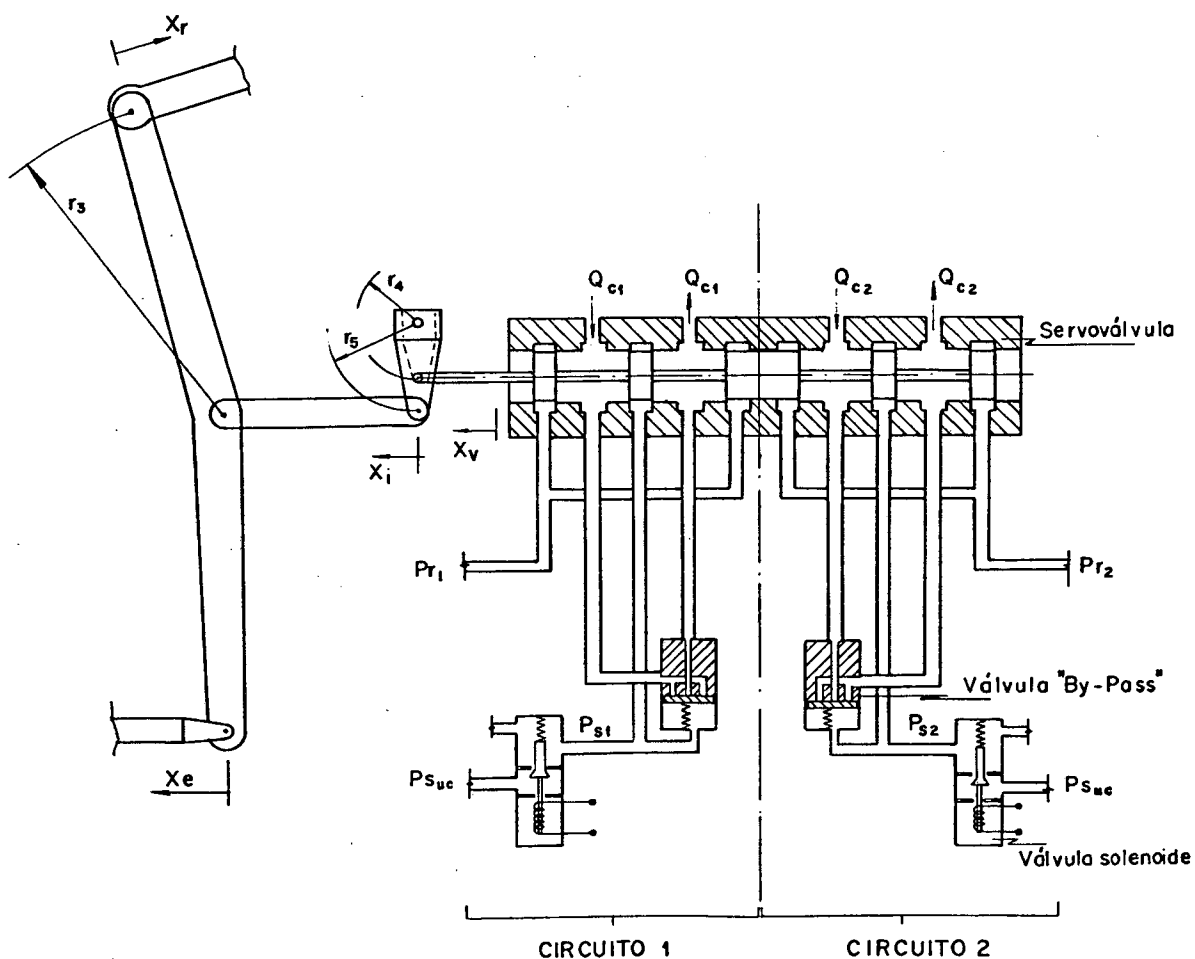


Figura 4.2.3 - Detalhe da unidade de controle.

4.3. - Modelagem Matemática

Com base na seção anterior, parte-se para a modelagem matemática dos elementos que compõem o sistema, apresentando-se os parâmetros fornecidos pelo fabricante da aeronave ou indicados na bibliografia, e os calculados. O capítulo (2) fornece o embasamento teórico necessário.

4.3.1 - Modo de Operação 'a'

1. Servoválvula '1' ou '2' (do circuito '1' ou '2')

1.i. Modelo Matemático

— Equação da continuidade: segundo a equação (2.4.33) tem-se:

$$Q_c = K_{q0} X_v - K_{c0} P_c \quad (4.3.1)$$

— Equação do movimento: considerando-se ' F_v ' como a força aplicada na haste de acionamento das duas servoválvulas, a equação (2.4.48) pode ser escrita como:

$$\frac{F_v}{2} = M_v \frac{d^2 X_v}{dt^2} + B_{v0} \frac{dX_v}{dt} + K_{v0} X_v \quad (4.3.2)$$

1.ii. Parâmetros Fornecidos

$$- K_{q0} = 0,0801937 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

- $K_{p0} = 2,713048299 \times 10^{11} \text{ N m}^{-3}$
- $X_{vn} = \pm 8,382 \times 10^{-4} \text{ m}$
- $w = 8,9408 \times 10^{-4} \text{ m}$
- $\ell_p = 8,382 \times 10^{-4} \text{ m}$
- $C_d = 0,625$
- $C_v = 0,98$ (segundo [14])
- $\theta_f = 69^\circ$ (segundo [14])

1.iii. Parâmetros Calculados

- $P_n = P_{suc} - P_{vs} - P_r = 16,73462585 \text{ MPa}$
- $K_{c0} = 2,954203182 \times 10^{-13} \text{ m}^5 \text{ N}^{-1} \text{ s}^{-1}$
- $M_v = 0$ (considerada desprezível)
- $B_{v0} = 0$ (considerando-se ' $L_r = L_s$ ')
- $K_{v0} = 6568,370414 \text{ N m}^{-1}$

2. Atuador '1' ou '2'

2.i. Modelo Matemático

— Equação da continuidade: respeitando-se a notação da figura (4.2.2), a equação (2.6.22) fica:

$$Q_a = \frac{V_t}{4\beta_{e0}} \frac{dP_c}{dt} + C_{in} P_c + A_p \frac{dX_a}{dt} \quad (4.3.3)$$

— Equação do movimento: será considerada a rigidez entre as hastes dos atuadores e o leme ' K_1 ', como também ' K_2 ' entre o cilindro e o estabilizador vertical. Com esta colocação e observando-se a figura (4.2.2), pode-se apresentar um esboço do conjunto atuadores-leme, conforme a figura (4.3.1). A força ' F_ℓ ' surge da movimentação da servo-válvula e consequentemente das hastes de realimentação e da alavanca de soma.

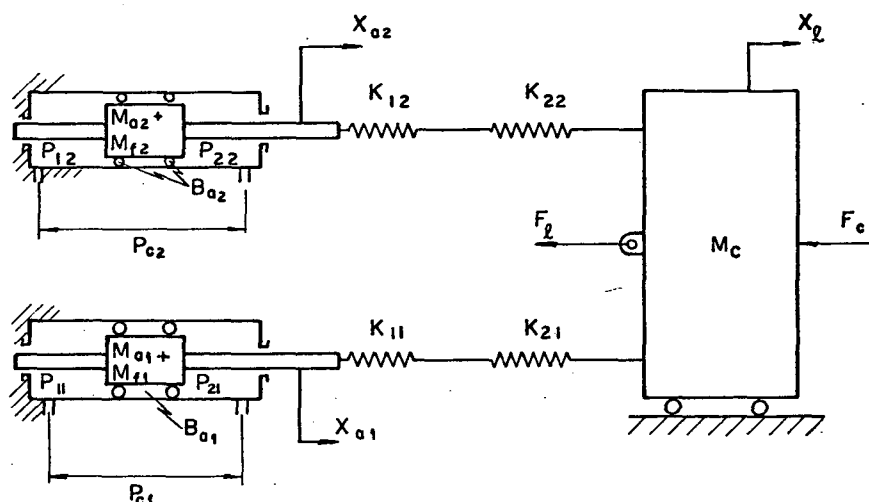


Figura (4.3.1) - Esquema do conjunto atuadores-leme.

Tendo em vista que o sistema apresenta uma certa complexidade, a modelagem é facilitada empregando a analogia eletro-mecânica [7], ou seja, pode-se, a partir do sistema esboçado na figura (4.3.1), obter um circuito elétrico equivalente. Aplicando as leis de tensão (velocidade) e de corrente (força) e considerando a rigidez equivalente como:

$$K_c = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2} \quad (4.3.4)$$

pode-se escrever:

$$A_p P_c = (M_a + M_f) \frac{d^2 X_a}{dt^2} + B_a \frac{dX_a}{dt} + K_c X_a - K_c X_\ell \quad (4.3.5)$$

$$M_c \frac{d^2 X_\ell}{dt^2} + 2 K_c X_\ell = 2 K_c X_a - F_c - F_\ell \quad (4.3.6)$$

onde, como os circuitos '1' e '2' são idênticos e ambos estão energizados, tem-se:

$$A_p \hat{=} A_{p1} = A_{p2}$$

$$M_a \hat{=} M_{a1} = M_{a2}$$

$$M_f \hat{=} M_{f1} = M_{f2}$$

$$B_a \hat{=} B_{a1} = B_{a2}$$

$$K_c \hat{=} K_{c1} = K_{c2}$$

e conseqüentemente:

$$P_c \hat{=} P_{c1} = P_{c2}$$

$$X_a \hat{=} X_{a1} = X_{a2}$$

— Relação geométrica do leme:

$$\theta_\ell = \frac{1}{d_\ell} X_\ell \quad (4.3.7)$$

onde:

θ_ℓ = deslocamento angular do leme [rad].

d_ℓ = distância entre o eixo do leme e o ponto de fixação da haste do atuador no leme [m]

2.ii. Parâmetros Fornecidos:

$$V_t = 8,3 \times 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$V_c = 2 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ (volume de cada câmara)}$$

$$D_e = 6,35 \times 10^{-3} \text{ m (diâmetro externo da canalização 'unidade de controle-atuadores')}$$

$$e = 4,064 \times 10^{-4} \text{ m (espessura de parede da canalização 'unidade de controle-atuadores')}$$

$$\beta_0 = 1510,693102 \text{ MPa (segundo [2])}$$

$$A_p = 6,619 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$K_1 = 3 \times 10^6 \text{ N m}^{-1}$$

$$K_2 = 3 \times 10^6 \text{ N m}^{-1}$$

$$J_c = 3,7 \text{ kg m}^2 \text{ (momento de inércia do leme em relação ao eixo de rotação)}$$

$$d_\ell = 0,09 \text{ m}$$

$$T_c = 0,092995457 \text{ V}^2 \theta_\ell \text{ N m (torque de carga no leme em relação ao eixo de rotação).}$$

$$V = \text{velocidade equivalente do ar [m s}^{-1}\text{]}.$$

2.iii. Parâmetros Calculados

$$\beta_{e0} = 1359,295871 \text{ MPa (considerando a dilatação das linhas conforme [14] e [21])}$$

$$\frac{V_t}{4\beta_{e0}} = 1,52652564 \times 10^{-14} \text{ m}^5 \text{ N}^{-1}$$

$$C_{in} = 0 \text{ (aproximadamente)}$$

$$M_f = 27,10493645 \text{ kg (segundo equação (2.6.23))}$$

$$M_a + M_f = 30 \text{ kg (estimativa, pois 'M}_a\text{' é desconhecido)}$$

$$B_a = 0 \text{ (por falta de informações)}$$

$$K_c = 1,5 \times 10^6 \text{ N m}^{-1}$$

$$M_c = 456,7901235 \text{ kg}$$

$$F_c = 1,033282861 \text{ V}^2 \Theta_\ell \text{ N}$$

3. Restrições '1' ou '2'

3.i. Modelo Matemático

— Equação da vazão: pode-se escrever uma relação linear na forma:

$$Q_r = C_r P_c \quad (4.3.8)$$

onde:

$$Q_r = \text{vazão através da restrição } [\text{m}^3 \text{ s}^{-1}]$$

$$C_r = \text{coeficiente de vazão na restrição } [\text{m}^3 \text{ s}^{-1} \text{ Pa}^{-1}]$$

— Relação de vazões:

$$Q_c = Q_a + Q_r \quad (4.3.9)$$

3.ii. Parâmetros Fornecidos:

Segundo o fabricante das restrições, a vazão teórica

através destas é:

$$Q_r = 8,56185659 \times 10^{-9} v (P_c)^{1/2} \quad (4.3.10)$$

onde:

v = fator de compensação de viscosidade que é função da diferença de pressão na restrição (ou seja ' P_c ') e da viscosidade cinemática do fluido ' v '.

3.iii. Parâmetros Calculados:

A partir da equação (4.3.10) e com o emprego de curvas retiradas do catálogo do fabricante para determinação de ' v ' (considerando a temperatura do óleo de 40°C) plotou-se uma curva de ' $Q_r \times P_c$ ' donde, nas proximidades do ponto central de operação ($Q_r = P_c = 0$) obteve-se um valor médio para o coeficiente de vazão na restrição dado por:

$$C_r = 2,4 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-1}$$

4. Hastes de Realimentação

4.i. Modelo Matemático:

A partir da figura (4.2.2) é possível construir um diagrama de corpo livre para o sistema de realimentação e para cada elemento independentemente, conforme mostrado na figura (4.3.2), obtendo-se:

— Relação geométrica:

$$X_r = H_{ri} X_\ell \quad (4.3.11)$$

onde:

$$H_{ri} = \frac{r_2}{r_1} \quad (4.3.12)$$

— Equação do movimento:

$$F_\ell = (M_{hr1} + H_{ri}^2 M_{hr2}) \frac{d^2 X_\ell}{dt^2} + H_{ri} F_r \quad (4.3.13)$$

onde:

M_{hr1}, M_{hr2} = massa das hastes de realimentação [kg]

4.ii. Parâmetros Fornecidos:

$$H_{ri} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{0,1195}{0.07} = 1,707142857$$

$$M_{hr1} = M_{hr2} = 0,25 \text{ kg}$$

5. Alavancas de Soma e de Acionamento da Servoválvula

5.i. Modelo Matemático:

Observando-se o diagrama de corpo livre da figura (4.3.3), obtém-se:

— Relações geométricas:

$$X_v = H_e X_e - H_r X_r \quad (4.3.14)$$

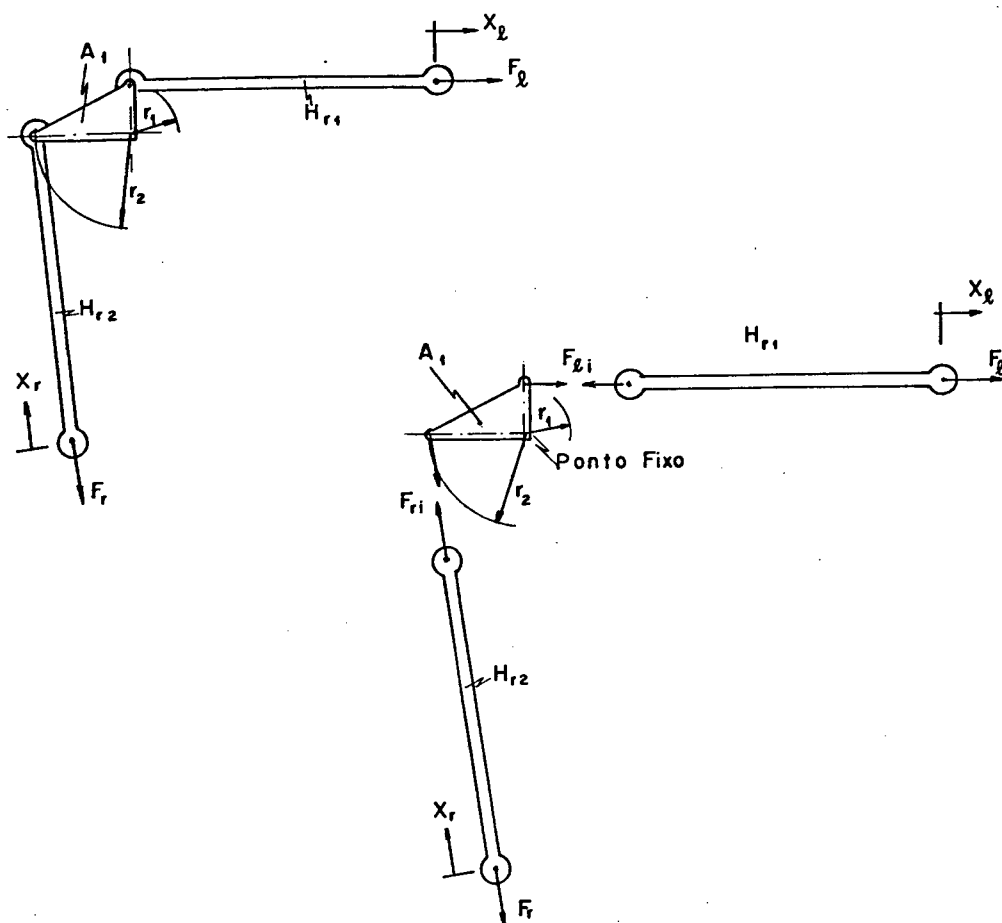


Figura (4.3.2) - Diagrama de corpo livre do sistema de realimentação

onde:

$$H_e = H_r = \frac{1}{2 H_i} \quad (4.3.15)$$

$$H_i = \frac{r_5}{r_4} \quad (4.3.16)$$

— Equação do movimento:

$$F_r = - \frac{1}{2 H_i} F_v \quad (4.3.17)$$

5.ii. Parâmetros Fornecidos:

$$H_i = \frac{0,0395}{0,02413} = 1,636966432$$

5.iii. Parâmetros Calculados:

$$H_e = H_r = 0,305443038$$

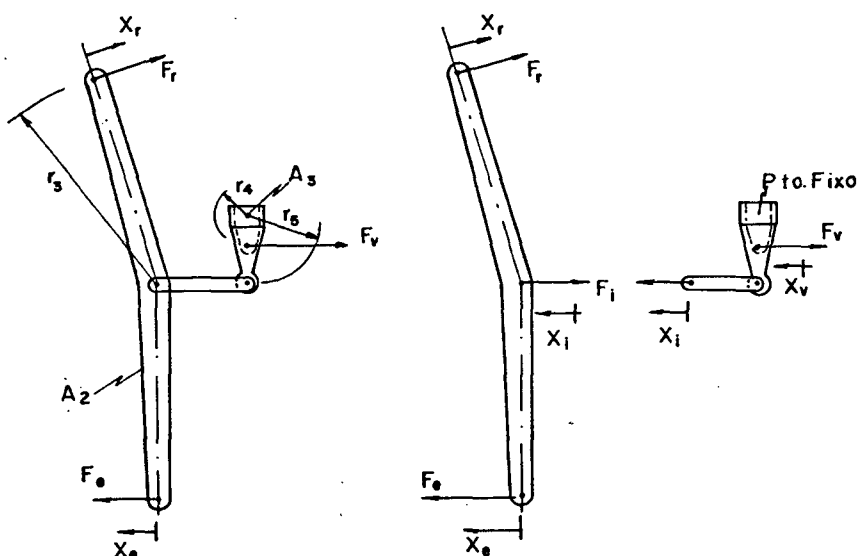


Figura (4.3.3) - Diagrama de corpo livre das alavancas de soma e de acionamento da servoválvula.

4.3.2 - Modo de Operação 'b'

As equações que regem este modo de operação são semelhantes aquelas da subseção (4.3.1), o que justifica a apresentação direta da descrição matemática por equações dinâmicas.

Conforme dados experimentais, do modo de operação 'a'

em relação a este modo de operação, há uma redução na velocidade máxima do leme de $0,1745 \text{ rad s}^{-1}$ (10° s^{-1}). Este fato, associado com o modelo matemático, permite estimar uma força de amortecimento viscoso, originado do escoamento induzido no circuito '1', sendo o coeficiente de amortecimento viscoso dado por:

$$B_f = 3800 \text{ N s m}^{-1}$$

4.4 - Descrição Matemática por Equações Dinâmicas

De acordo com o capítulo (3), as equações desenvolvidas na seção anterior podem ser colocadas na forma de equações dinâmicas. Para tanto, define-se:

— Variáveis de estado:

$$X_1 = P_c$$

$$X_2 = X_a$$

$$X_3 = \frac{dX_a}{dt}$$

$$X_4 = \theta_\ell$$

$$X_5 = \frac{d\theta_\ell}{dt}$$

— Entradas:

$$\text{de referência: } R_1 = X_e$$

$$R_2 = 0$$

$$R_3 = 0$$

$$\text{de realimentação: } W_1 = - \frac{H_r}{H_e} H_{ri} d_\ell \theta_\ell$$

$$W_2 = - C_r P_c$$

$$W_3 = - 1,033282861 V^2 \Theta_\ell$$

4.4.1 - Modo de Operação 'a'

A equação dinâmica, na forma da expressão (3.2.3.a), é dada por:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \begin{bmatrix} -\frac{4 \beta_{e0}}{V_t} K_{c0} & 0 & -\frac{4 \beta_{e0}}{V_t} A_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{A_p}{(M_a + M_f)} - \frac{K_c}{(M_a + M_f)} & 0 & 0 & \frac{K_c d_\ell}{(M_a + M_f)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{2 K_c}{M_t d_\ell} & 0 & -\frac{2 K_c}{M_t} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{X} +$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{4 \beta_{e0}}{V_t} K_{q0} H_e & \frac{4 \beta_{e0}}{V_t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{H_{ri} K_{v0} H_e}{H_i M_t d_\ell} & 0 & \frac{1}{M_t d_\ell} \end{bmatrix} (\mathbf{R} + \mathbf{W})$$

sendo:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{H_r}{H_e} H_{ri} d_\ell & 0 \\ -C_r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1,033282861 V^2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{X}$$

(4.4.1)

onde:

$$M_t = M_c + M_{hr1} + H_{ri}^2 M_{hr2} \quad (4.4.2)$$

4.4.2 - Modo de Operação 'b'

Segundo a equação (3.2.3.a) pode-se obter a seguinte expressão matricial:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \begin{bmatrix} -\frac{4\beta_{e0}}{V_t} K_{c0} & 0 & -\frac{4\beta_{e0}}{V_t} A_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{A_p}{2(M_a + M_f)} & -\frac{K_c}{(M_a + M_f)} & -\frac{B_f}{2(M_a + M_f)} & \frac{K_c d_\ell}{(M_a + M_f)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{2K_c}{M_t d_\ell} & 0 & -\frac{2K_c}{M_t} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{X} +$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{4\beta_{e0}}{V_t} K_{q0} H_e & \frac{4\beta_{e0}}{V_t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{H_{ri} K_{v0} H_e}{2 H_i M_t d_\ell} & 0 & \frac{1}{M_t d_\ell} \end{bmatrix} (\mathbf{R} + \mathbf{W})$$

sendo:

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{H_r}{H_e} H_{ri} d_\ell & 0 \\ -Cr & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1,033282861 V^2 & 0 \end{bmatrix} X \quad (4.4.3)$$

onde:

$$M_t = M_c + M_{hr1} + H_{ri}^2 M_{hr2} \quad (4.4.4)$$

4.5 - Análise de Resultados

Da figura (4.5.1), os auto-valores do sistema nos modos 'a' e 'b', considerando-se nula a força aerodinâmica no leme ($F_c = 0$), indicam que o sistema é estável. Em relação aos autovalores mais próximos da origem (um par complexo para cada modo de operação) verifica-se, para o modo 'a', uma razão de amortecimento (ξ) de 0,07 e uma frequência natural (ω_n) de 74,77 rad s⁻¹, enquanto que, para o modo 'b', ' ξ ' é igual a 0,3 e ' ω_n ' igual a 3,35 rad s⁻¹.

Vale ressaltar que a consideração de ' $F_c = 0$ ' (e portanto a velocidade equivalente do ar é nula) objetiva generalizar a análise. Além disso, um valor de ' $F_c \neq 0$ ' melhoraria as características dinâmicas, já que atua como uma realimentação negativa para o sistema.

Por se tratar de um sistema de controle de posição, comumente verifica-se o comportamento transiente e em regime permanente através de respostas ao degrau. Porém, pode-se observar que:

— Devido a características construtivas, o degrau má-

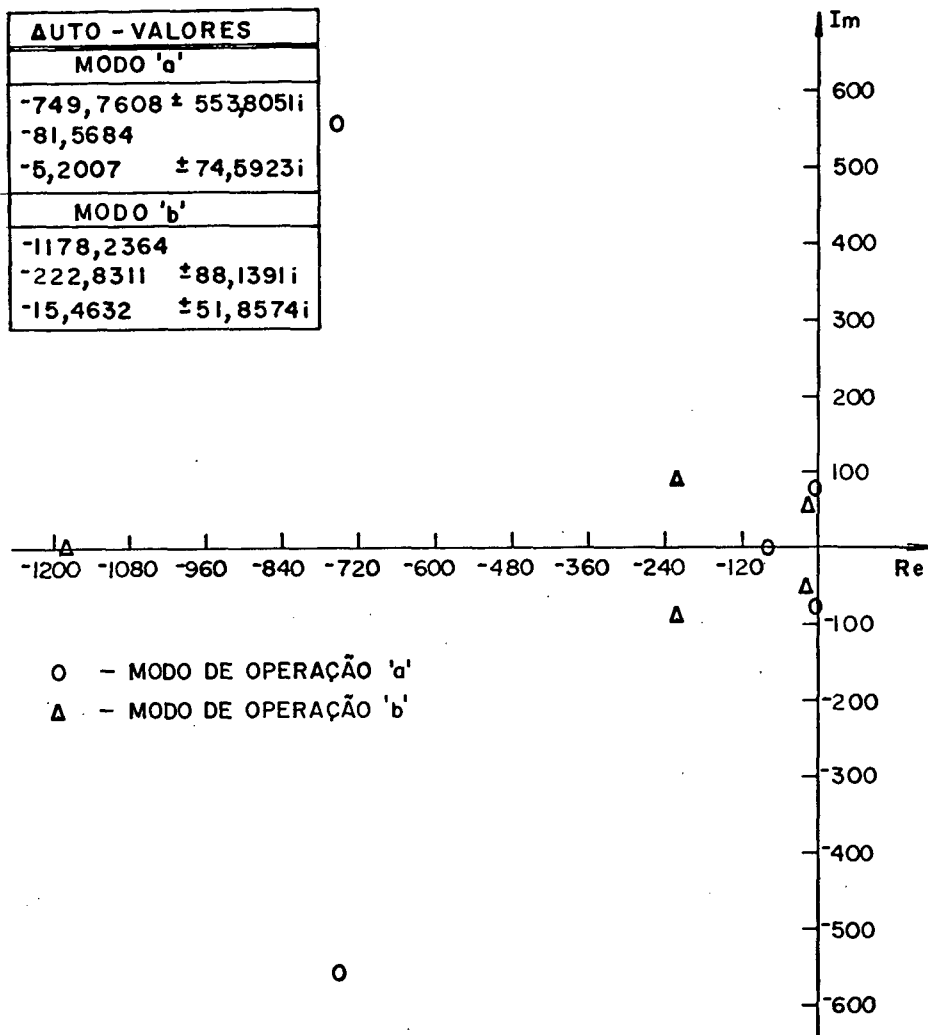


Figura (4.5.1) - Auto-valores do sistema nos modos de operação 'a' e 'b'.

ximo é cerca de $\pm 0,0027$ m pois, no instante inicial, gera o deslocamento nominal da servoválvula ($X_{vn} = \pm 8,382 \times 10^{-4}$ m). Como o deslocamento máximo da haste de entrada é de $\pm 0,05$ m (corresponde a $\theta_l = \pm 0,35$ rad) o sistema não pode operar em toda a faixa de operação com entradas em degrau, pois geraria deslocamentos na servoválvula maiores que o nominal.

— Como o deslocamento da haste de entrada é causado

por esforços humanos, é impossível um degrau perfeito. Conforme dados experimentais, a velocidade máxima de acionamento é de $0,15 \text{ m s}^{-1}$.

Assim, optou-se por um deslocamento da haste de entrada do tipo mostrado na figura (4.5.2), o qual permite avaliar o comportamento dinâmico do sistema em condições reais de operação. Nesta, e nas figuras (4.5.3) e (4.5.4) considera-se:

$$\frac{dX_e}{dt} \text{ inicial} = 0,15 \text{ m s}^{-1}$$

$$X_e \text{ máximo} = 0,025 \text{ m}$$

$$F_c = 0 \text{ (V = 0)}$$

podendo-se concluir que:

— As considerações feitas com base na figura (4.5.1) são verificadas em todas as curvas plotadas;

— A deflexão máxima do leme, em relação ao valor de regime permanente, é de $0,0045 \text{ rad}$ ($\approx 0,3^\circ$) para o modo 'a' e de $0,0103 \text{ rad}$ ($\approx 0,6^\circ$) para o modo 'b'. Tendo em vista que o acionamento e monitoramento da deflexão do leme se dá através de pedais e, pela natureza mecânica do sistema, há folgas nas articulações, estas deflexões provavelmente não influenciam o controle de voo do avião;

— O comportamento diferenciado entre o deslocamento do atuador ' X_a ' e a deflexão do leme ' θ_ℓ ', em cada modo de operação, resulta da inclusão da rigidez estrutural ' K_c ' no modelo.

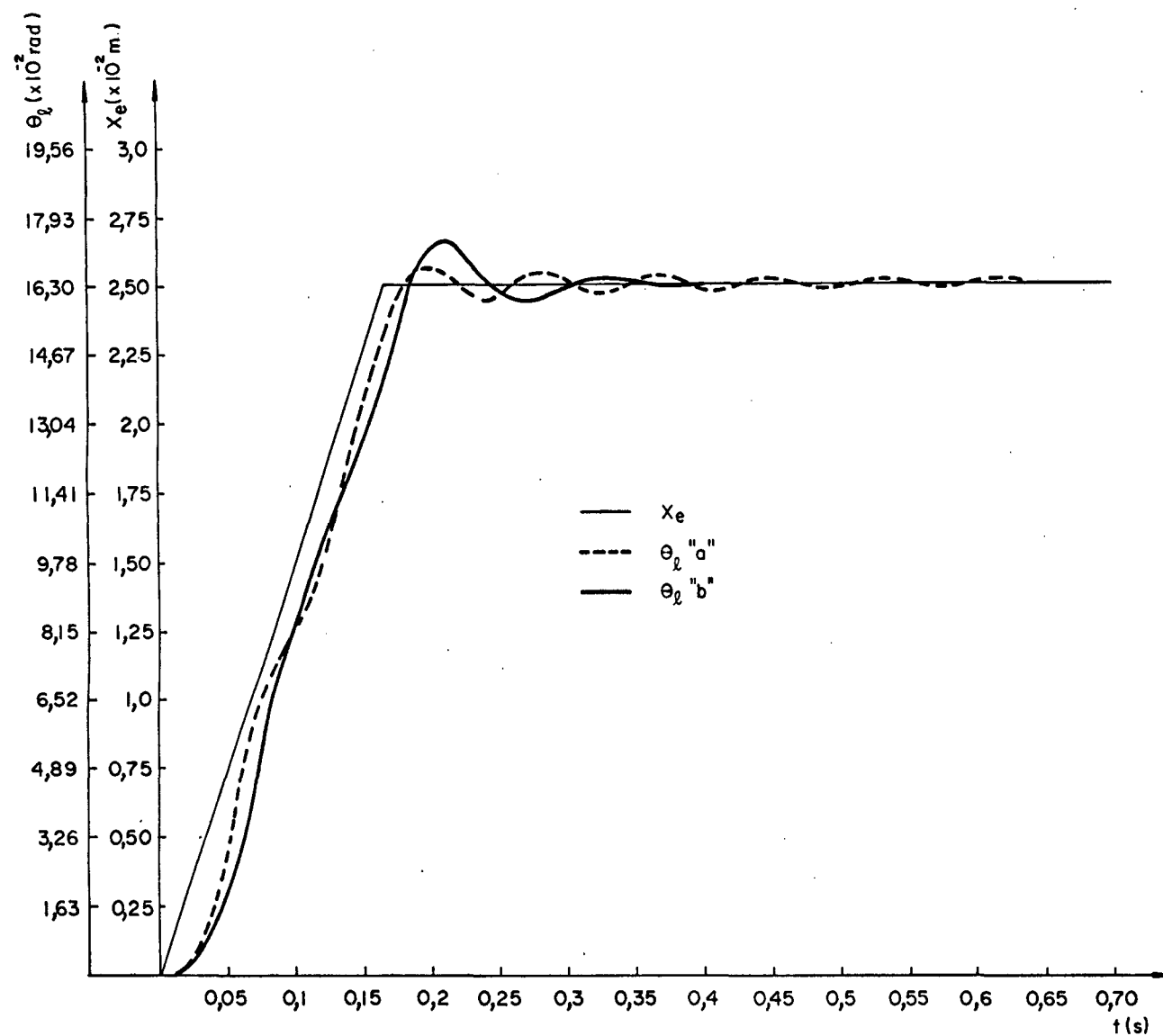


Figura (4.5.2) - Deslocamento da haste de entrada e do leme nos modos 'a' e 'b'.

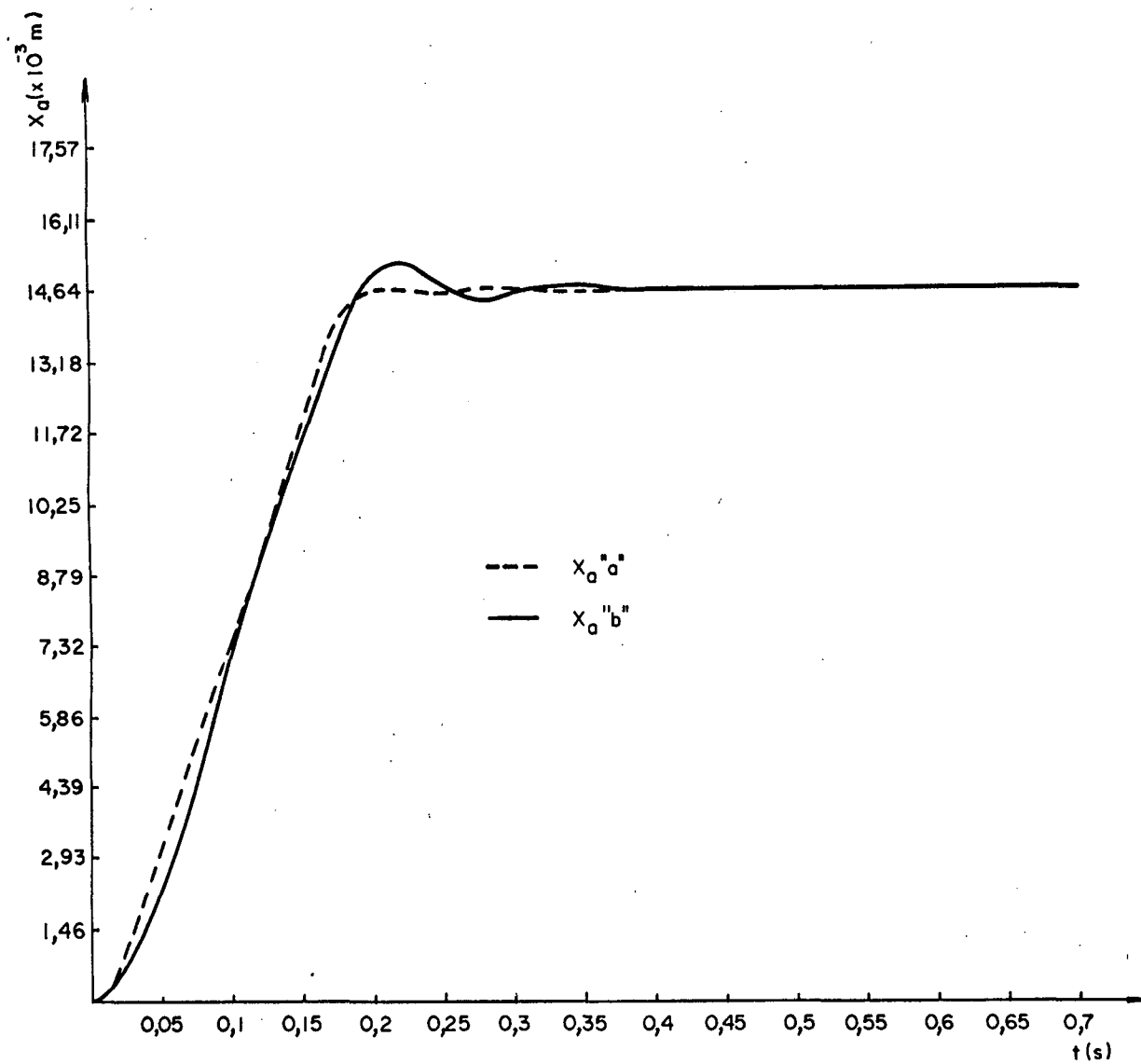


Figura (4.5.3) - Deslocamento dos atuadores nos modos 'a' e 'b'.

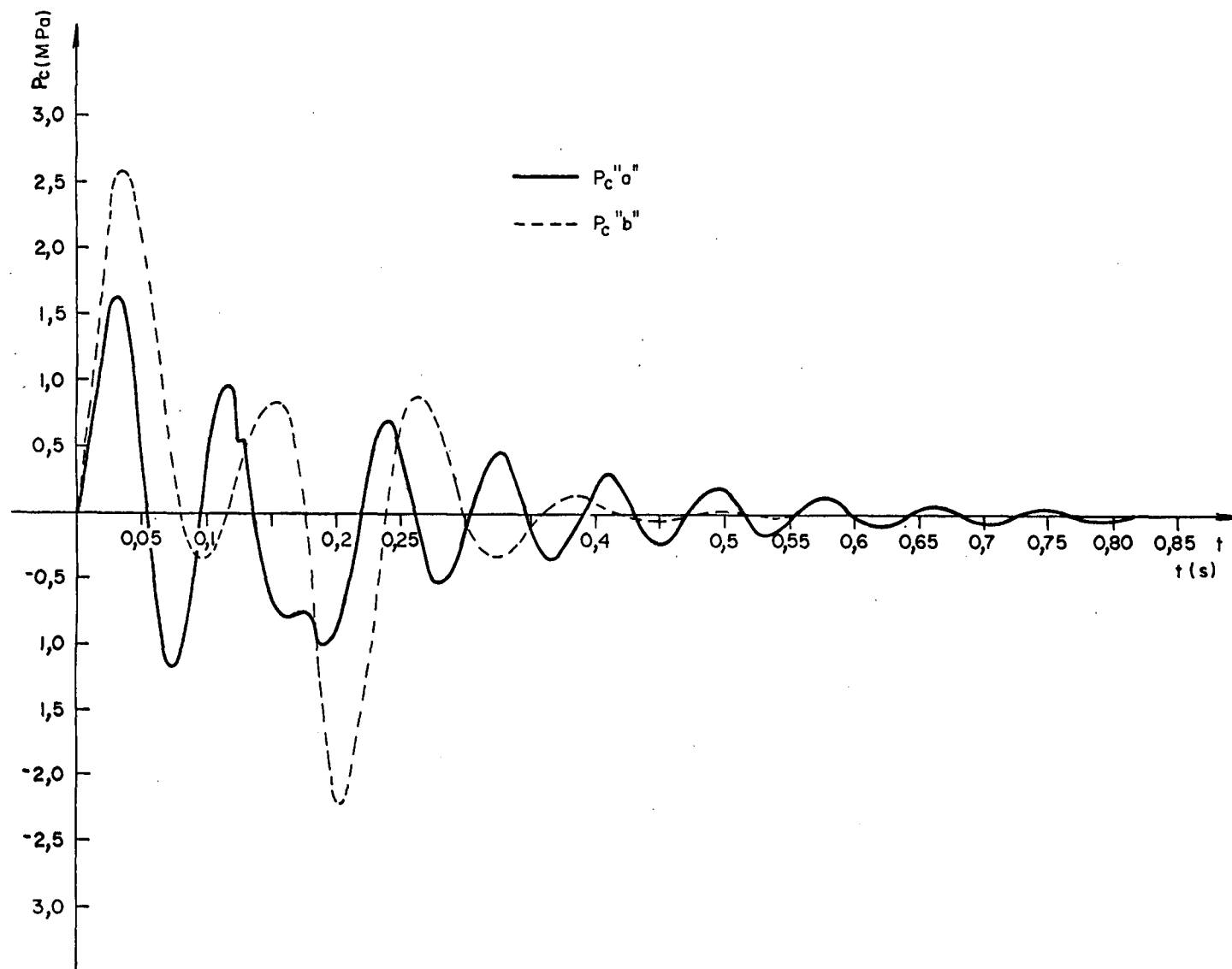


Figura (4.5.4) - Diferença de pressão de carga nos modos 'a' e 'b'.

Na busca de resultados experimentais, que permitissem verificar a adequação do modelo matemático ao sistema físico, obteve-se o registro temporal de algumas variáveis durante vôos experimentais (chamados ensaios em vôo). Mas, de acordo com informações do fabricante, estes ensaios não se destinam a análises dinâmicas mais elaboradas, e portanto é possível a presença de erros experimentais, como por exemplo:

- Na calibração de transdutores;
- A não-adequabilidade de equipamentos a ensaios dinâmicos;
- Especificação imprecisa das condições de ensaio (temperatura de operação do óleo, velocidade equivalente do ar, e outros).

Além disso, o mínimo intervalo de tempo registrado nos ensaios é de 0,2 s e, observando-se a simulação apresentada nas figuras (4.5.2) a (4.5.4), conclui-se que o comportamento das variáveis é completamente obscurecido, pois é registrado apenas a forma aproximada das curvas.

Ciente destas limitações, apresenta-se dois ensaios em vôo para o sistema operando no modo 'a', com registro do deslocamento do leme ' θ_l ' e da diferença de pressão de carga ' P_c '.

As figuras (4.5.5) a (4.5.7) mostram o comportamento do sistema a uma entrada ' X_e ' positiva (deflexão de leme à direita) e com uma velocidade equivalente do ar de 116 m s^{-1} . Já as figuras (4.5.8) a (4.5.10) estão relacionadas com uma entrada ' X_e ' negativa e a uma velocidade equivalente do ar de 91 m s^{-1} .

Considerando as figuras (4.5.5) e (4.5.8), verifica-se que há uma boa concordância entre os deslocamentos teórico e experimental, ou seja, para o ensaio com deflexão positiva, o deslocamento máximo coincide teoria e experimentalmente, apesar da curva de ensaio ser mais amortecida. Já no ensaio com deflexão negativa, há maior semelhança na forma das curvas, porém teoricamente o leme tem uma deflexão maior.

Quanto às curvas mostradas nas figuras (4.5.6) e (4.5.9), constata-se uma grande disparidade entre os valores de ' P_c ' teórico e experimental, o que pode ser causado por erros experimentais, conforme mencionado anteriormente. É possível também, que a força aerodinâmica ' F_c ' empregada, esteja muito aquém dos valores reais, falseando os resultados teóricos.

Vale enfatizar que a escala nos gráficos é tal que, quando o sistema estiver em regime permanente e com ' P_c ' nula, as curvas de ' θ_λ ' e ' X_e ' irão coincidir. Assim, a redução no valor de ' θ_λ ' teórico, que está presente nas Figuras (4.5.5) e (4.5.8), está associada a uma diferença de pressão de carga ' P_c ' existente em regime permanente, a qual pode ser identificada nas figuras (4.5.6) e (4.5.9) (e principalmente nesta última). Este valor de ' P_c ' é originado unicamente pela força de carga atuante no leme ' F_c ' e que está plotada nas figuras (4.5.7) e (4.5.10).

O fato de ' P_c ' influenciar ' θ_λ ' em regime permanente, implica na redução da rigidez estática do sistema, e pode ser verificado que este aspecto é acentuado pela existência da restrição em paralelo com o atuador, conforme indicam as equações (4.3.1), (4.3.8) e (4.3.9).

Por sua vez, esta restrição foi incorporada ao sistema

como uma forma de estabilizá-lo, pois promove uma realimentação negativa de pressão. Esta solução é discutida em [9] e [22] sendo indicada pela eficiência e facilidade de instalação no sistema, apesar de serem evidenciados alguns aspectos negativos como: a sensibilidade do escoamento na restrição à mudança de temperatura, o aumento de consumo de óleo, o aquecimento do óleo e a já mencionada redução da rigidez estática.

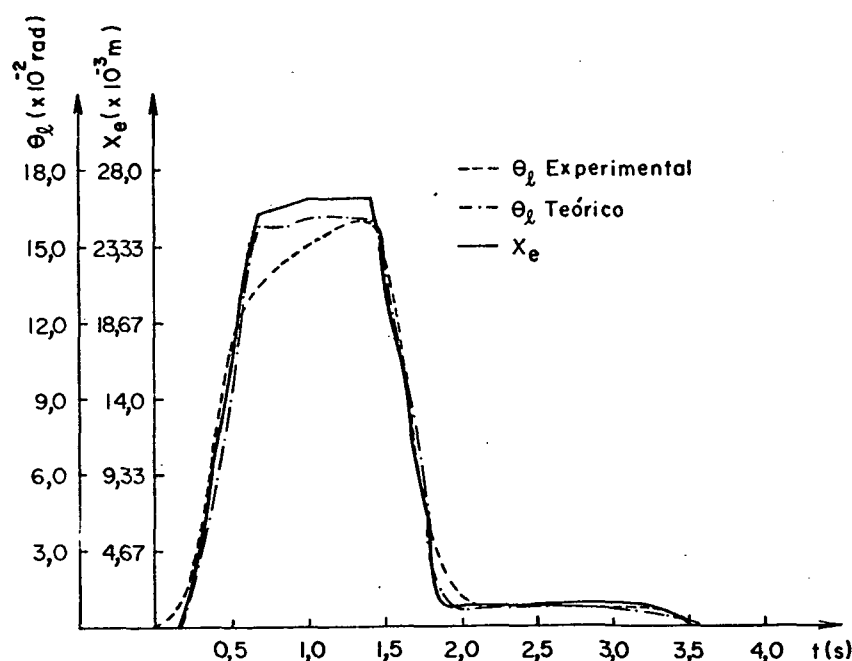


Figura (4.5.5) - Deslocamento da haste de entrada e deslocamento teórico e experimental do leme para ' $V = 116 \text{ m s}^{-1}$ '.

O tipo de restrição empregada e a temperatura de operação do óleo (influi na viscosidade cinemática do óleo) afetam o valor do coeficiente de vazão na restrição ' C_r '. Este, conforme o traçado do lugar das raízes na figura (4.5.11), influi deci

sivamente no comportamento do sistema, pois o aumento de ' C_r ' faz com que a parte real de todos os auto-valores fique mais à esquerda do eixo imaginário e a parte imaginária mais próxima do eixo real. Portanto, a resposta do sistema tem um decaimento exponencial mais pronunciado e com um período maior.

Por fim, de acordo com o fabricante do avião, a determinação precisa da rigidez estrutural ' K_c ' (conforme expressão (4.3.4), esta engloba ' K_1 ' e ' K_2 ') exige medições mais elaboradas.

A fim de verificar se um valor aproximado destes parâmetros seria suficiente para uma análise ou projeto e, por conseguinte, contornar esta dificuldade, traçou-se o lugar das raízes mostrado na figura (4.5.12). Como se verifica, a influência de ' K_c ' é decisiva no comportamento dinâmico do sistema, inclusive podendo levá-lo a instabilidade, já que opera muito próximo da região crítica (eixo imaginário). Deste modo, a avaliação precisa deste parâmetro é fundamental.

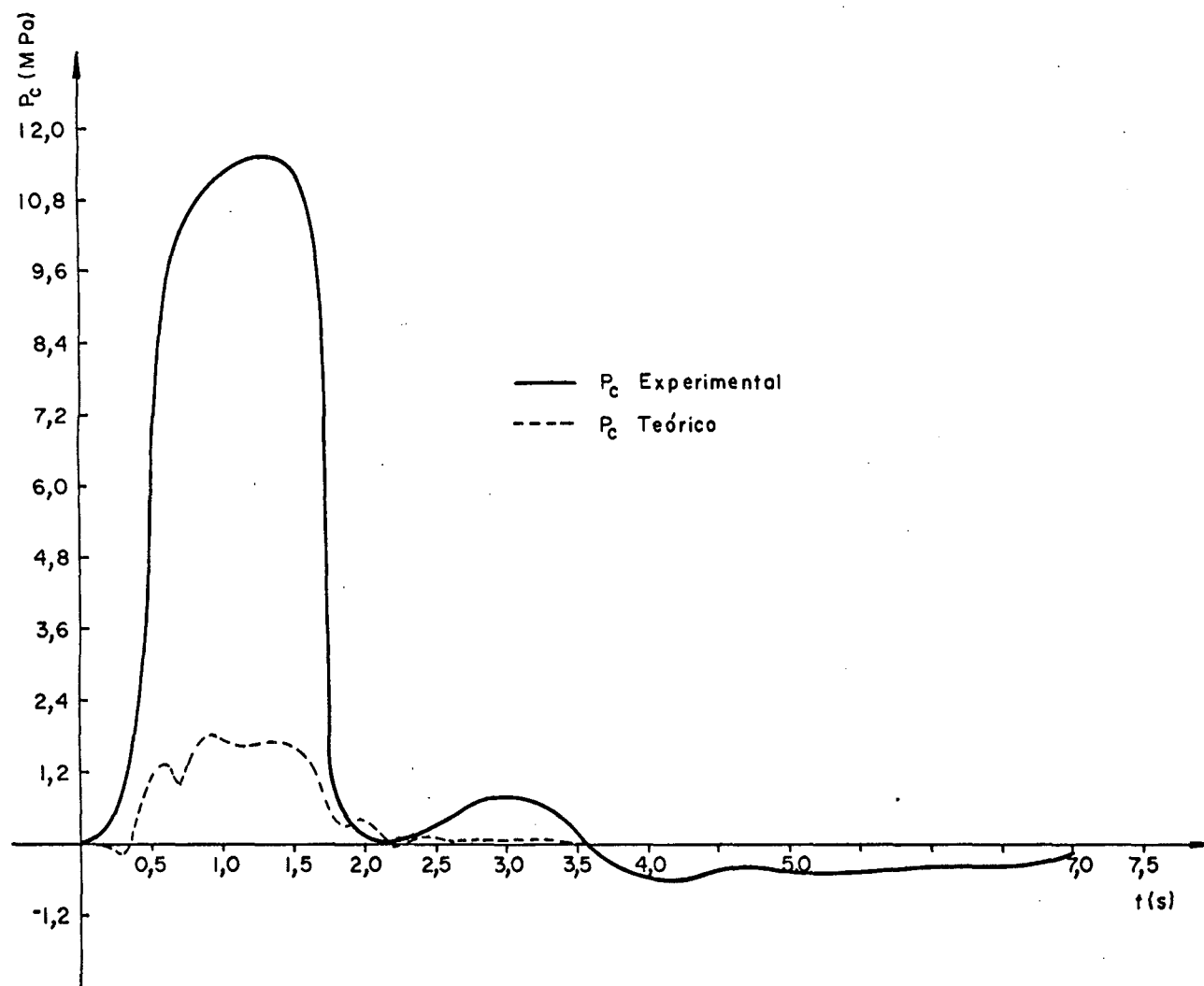


Figura (4.5.6) - Diferença de pressão de carga teórica e experimental para ' $V = 116 \text{ m s}^{-1}$ '.

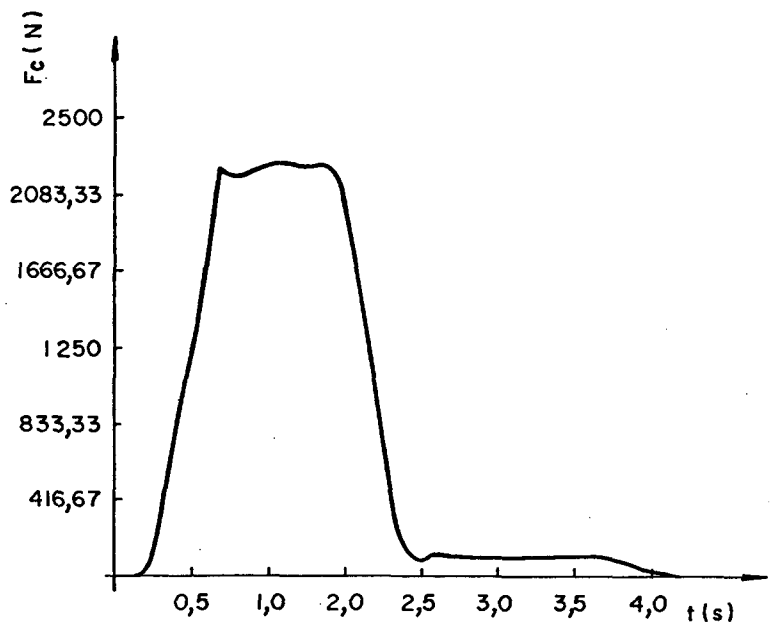


Figura (4.5.7) - Força de carga teórica para ' $V = 116 \text{ m s}^{-1}$ '.

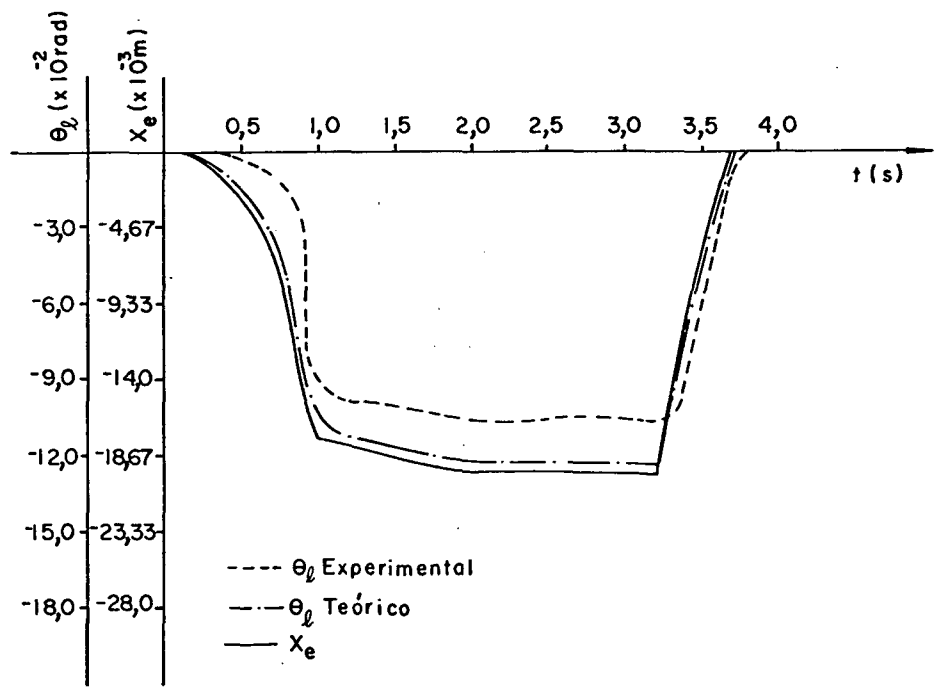


Figura (4.5.8) - Deslocamento da haste de entrada e deslocamento teórico e experimental do leme para ' $V = 91 \text{ m s}^{-1}$ '.

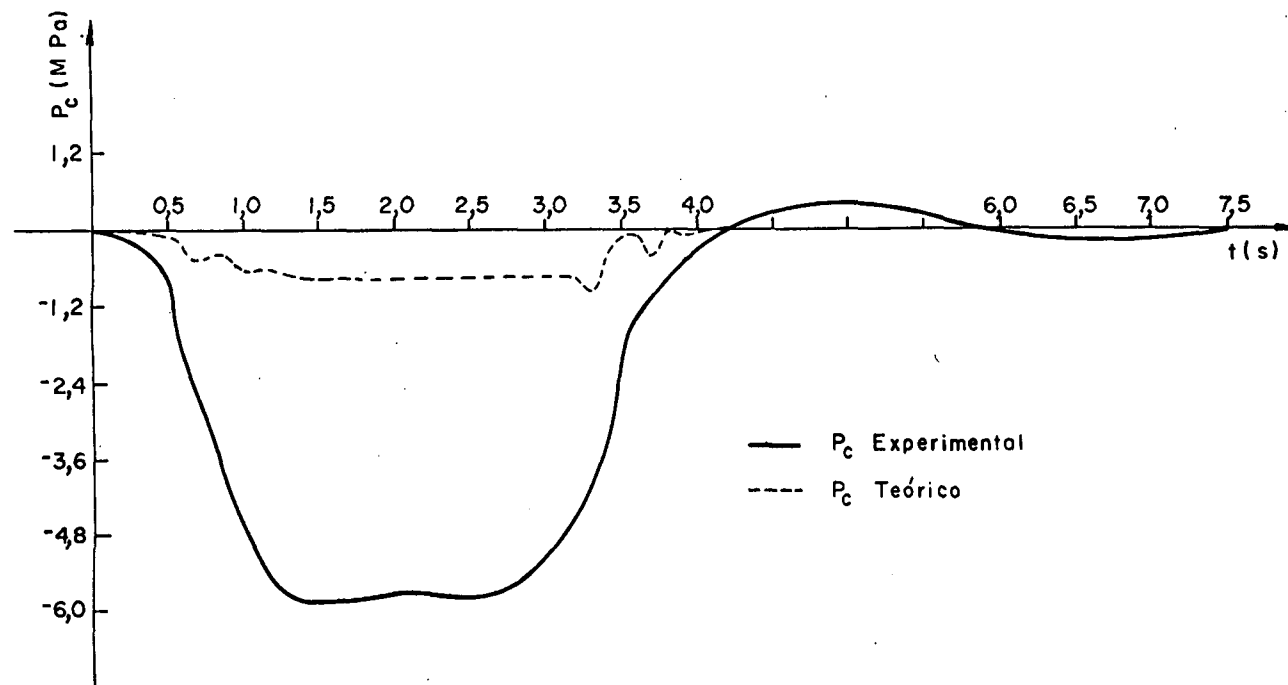


Figura (4.5.9) - Diferença de pressão de carga teórica e experimental para ' $V = 91 \text{ m s}^{-1}$ '.

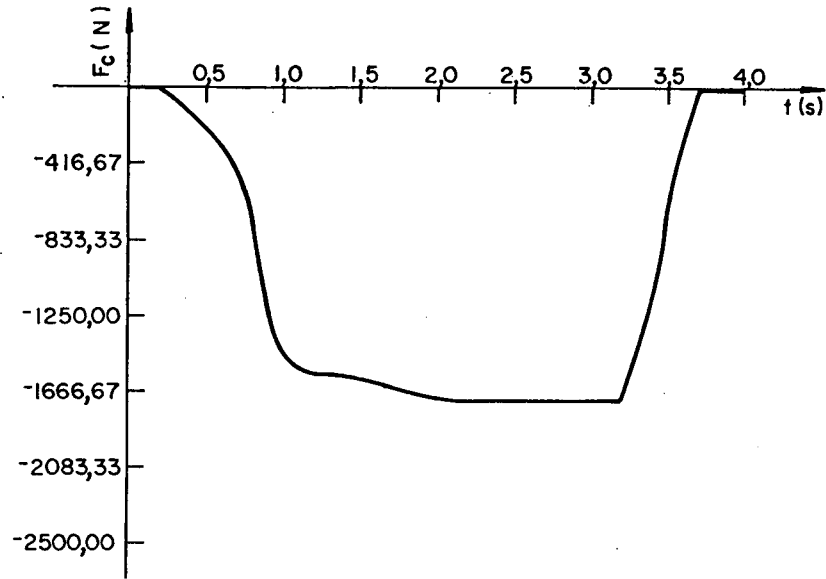


Figura (4.5.10) - Força de carga teórica para ' $V = 91 \text{ m s}^{-1}$ '.

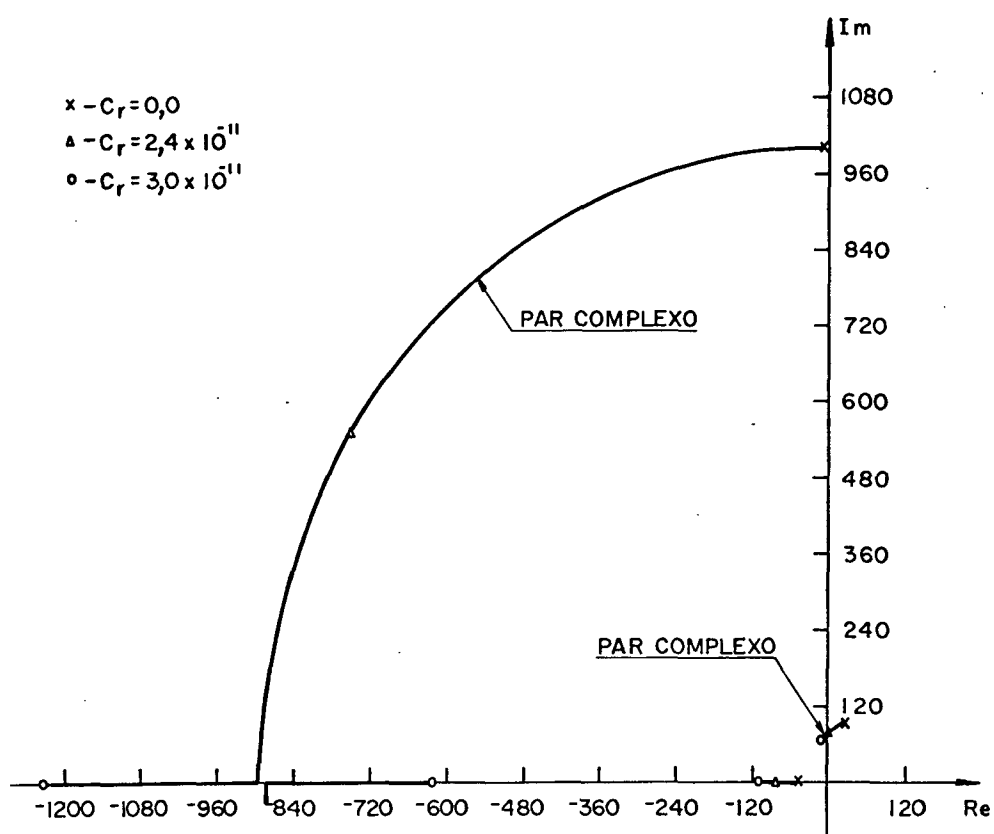


Figura (4.5.11) - Traçado do lugar das raízes para o coeficiente de vazão na restrição.

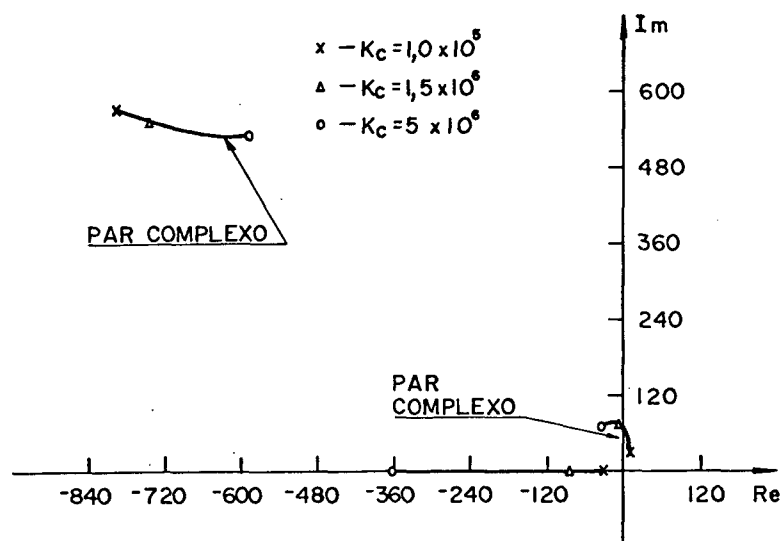


Figura (4.5.12) - Traçado do lugar das raízes para a rigidez estrutural.

CAPÍTULO 5

5. CONCLUSÃO

Em vista do conteúdo apresentado, comenta-se os aspectos relevantes deste trabalho, ao mesmo tempo que são sugeridos alguns temas para estudos futuros, ou seja:

— A modelagem matemática, independente de teorias de controle, permite uma visão mais clara de como o sistema físico está representado e quais considerações estão presentes no modelo. Além disso, o analista e/ou projetista terá maior facilidade para combinar as equações na forma mais adequada a cada sistema global. Quando desejado, modelos simplificados poderão ser facilmente obtidos.

— Por pertencer a uma área emergente no país, este trabalho pretende auxiliar na apresentação e fundamentação de conceitos, nomenclatura e simbologia. O projeto de norma brasileira de terminologia para hidráulica e pneumática, em elaboração, foi consultado.

— O estudo detalhado de modelos já consagrados, possibilita estabelecer quais considerações foram feitas na sua elaboração e criar um embasamento para desenvolver novos estudos e pesquisas. Neste sentido, verificou-se alguns pontos que mereciam maior atenção:

1. A equação da continuidade na forma comumente encontrada na bibliografia para aplicação em sistemas hidráulicos correspondente a equação (2.3.7) porém sem a parcela ' $P - P_i$ '. Nesta concepção, a equação da continuidade é linear, ao contrário da que se utiliza neste trabalho onde o efeito da compressibili-

dade do fluido é representado com maior exatidão. Conforme mencionado na subsecção (2.6), estima-se que há pouco erro envolvido nesta simplificação, mas deve-se estar atento que não foi apresentada uma análise mais aprofundada a este respeito.

2. A modelagem de subsistemas hidráulicos é fundamentada nos conceitos de 'vazão de controle (Q_c)' e de 'diferença de pressão de carga (P_c)'. Para servoválvulas de quatro vias, é estabelecido que:

$$Q_c = Q_1 = Q_2$$

ou seja, a vazão nas linhas '1' e '2' são iguais. Porém, esta igualdade não é suficientemente justificada para os atuadores pois da mesma forma que se iguala as equações da continuidade para as câmaras da servoválvula, dever-se-ia fazê-lo para as câmaras do atuador e observar as implicações daí decorrentes.

Dentro deste aspecto, seria interessante um estudo teórico-experimental, como por exemplo, a verificação matemática do comportamento das variáveis (incluindo a parcela ' $P - P_i$ ' citada acima) comparando com resultados experimentais e, caso necessário, estabelecendo um modelo mais adequado.

3. No modelo de servoválvulas eletro-hidráulicas de dois estágios com realimentação por força, não é mencionado o efeito da haste de realimentação sobre a equação do movimento do cárretel.

— O traçado do lugar das raízes adaptado a sistemas descritos por equações dinâmicas é uma alternativa bastante eficaz para verificar a influência de parâmetros na dinâmica de sis

temas. Ressalta-se, porém, que uma forma bem mais elaborada para verificação da sensibilidade paramétrica é o emprego da teoria da sensibilidade, subárea já bem estruturada da teoria geral de sistemas [8].

— A inclusão de uma restrição em paralelo com cada atuador do sistema de controle investigado no capítulo (4) mostrou-se como uma solução bastante eficaz na estabilização do sistema. Alguns aspectos negativos deste método de realimentação de pressão, como o aumento de consumo de óleo e a redução da rigidez estática neste caso, não prejudicam a eficiência do sistema.

— Em um dado sistema pode haver dificuldade para determinar precisamente o valor de alguns parâmetros (como por exemplo, neste trabalho, a rigidez estrutural do subsistema 'estabilizador vertical-atuadores-leme'). Nestes casos, a avaliação da influência destes parâmetros no comportamento do sistema se torna fundamental pois estabelece se há ou não necessidade de medições mais elaboradas. Discrepâncias entre resultados teóricos e experimentais podem estar associadas à avaliação incorreta destes parâmetros.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- |1| - BLACKBURN, J.F.; REETHOF, G.; SHEARER, J.L.. Fluid Power Control. Massachusetts, The Massachusetts Institute of Tecnology Press, 1960.
- |2| - BRAY OIL COMPANY, INC.. Catalog of Hydraulic Fluid Brayco Micronic 756E. Califórnia, 1979.
- |3| - BROGAN, W.L.. Modern Control Theory. 2. ed., New Jersey, Prentice-Hall, Inc., 1982.
- |4| - CADZOW, J.A. & MARTENS, H.R.. Discrete-Time and Computer Control Systems. New Jersey, Prentice-Hall, Inc., 1970.
- |5| - CARD, G. A. & PARKER, D.W.. Electro-hydraulic Servo Valves, Engineering, june 1984.
- |6| - CHEN, C.T.. Introduction to Linear System Theory. New York, Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1970.
- |7| - D'AZZO, J.J. & HOUPIS, C.H.. Análise e Projeto de Sistemas de Controle Lineares (Linear Control Systems Analysis and Design). 2. ed., Rio de Janeiro, Guanabara Dois, 1981.
- |8| - FRANK, P.M.. Introduction to System Sensitivity Theory. New York, Academic Press, Inc., 1978.
- |9| - GEYER, L.H.. Controlled Damping Through Dynamic Pressure Feedback. Moog Inc. Controls Division - Technical Bulletin 101, New York, 1972.
- |10| - LIMA, W.C. de. Dispositivos Sensores de Erro. Florianópolis, Ed. da UFSC, 1984.

- |11| - MARTIN, H.R. & McCLOY, D.. Control of ~~Fluid~~ Power, Analysis and Design, 2. ed., England, Ellis Horwood Limited, 1980.
- |12| - MARTIN, K.F.. Flow Saturated Step Response of a Hydraulic Servo. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, September 1974, p. 341 - 346.
- |13| - MASKREY, R.H. & THAYER, W.J.. A Brief History of Electrohydraulic Servomechanisms. Moog Inc. Controls Division - Technical Bulletin 141, New York, 1978.
- |14| - MERRITT, H.E.. Hydraulic Control Systems. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1967.
- |15| - MOOG INC. CONTROLS DIVISION. Catalog 301882. New York.
- |16| - NIEMAS, F.J. Jr.. Understanding Servovalves and Using them Properly - Part 1. Hydraulics & Pneumatics, October 1977, p. 152 - 157.
- |17| - NIKIFORUK, P.N.; TSAI, S.C.; UKRAINETS, P.R.. Detailed Analysis of a Two-Stage Four-Way Electrohydraulic Flow-Control Valve. Journal Mechanical Engineering Science, Vol II, Nº 2, 1969, p. 168 - 174.
- |18| - PITTS, D.R. & SISSOM, L.E.. Fenômenos de Transporte (Transport Phenomena). Rio de Janeiro, Mc Graw-Hill, Inc., 1979.
- |19| - RAVEN, F.H.. Automatic Control Engineering. 2. ed., New York, Mc Graw-Hill, Inc., 1968.
- |20| - STREETER, V.L.. Mecânica dos Fluidos (Fluid Mechanics). São Paulo, Mc Graw-Hill do Brasil, 1979.
- |21| - STRINGER, J.. Hydraulic Systems Analysis, an Introduction. London, the Macmillan Press Ltd, 1976.

- |22| - VIERSMA, T.J.. Analysis, Synthesis and Design of Hydraulic Servosystems and Pipelines. The Netherlands, Elsevier Scientific Publishing Company, 1980.
- |23| - VILENIUS, M.J.. Dynamics of an Electrohydraulic Stepping Motor. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, March 1977, p. 63 - 65.
- |24| - VILENIUS, M.J.. The Application of Sensitivity Analysis to Electrohydraulic Position Control Servos. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, June 1983, p. 77 - 82.
- |25| - VILENIUS, M.J. & VIVALDO, T.K.. The Effect of Nonlinearities on the Dynamic Characteristics of an Electrohydraulic Servovalve, Power, November 1976, p. 419 - 423.
- |26| - QUINTANA, V.H. & SIMÕES COSTA, A.. A Robust Numerical Technique for Power System State Estimation. Conference on Control of Power Systems, Texas A & M University, College Station, Texas, 1979.
- |27| - STEWART, G.W. Introduction to Matrix Computations. New York, Academic Press, 1973.

APÊNDICE A

DEDUÇÃO DAS FORÇAS DE ESCOAMENTO AXIAIS PARA UMA CÂMARA DE SERVOVÁLVULA TIPO CARRETEL

As forças de escoamento (forças de Bernoulli ou forças de reação hidráulica) podem ser decompostas em laterais e axiais. As primeiras são menos importantes por serem normais ao movimento do carretel, porém em certos casos poderiam gerar atritos excessivos, e para tanto são compensadas pela colocação de pôrticos simétricos [1], [14]. Por outro lado, as forças axiais afetam diretamente a operação da servoválvula gerando componentes de amortecimento e rigidez conforme verificado abaixo.

Seja uma câmara da servoválvula conforme mostrado na figura (A.1).

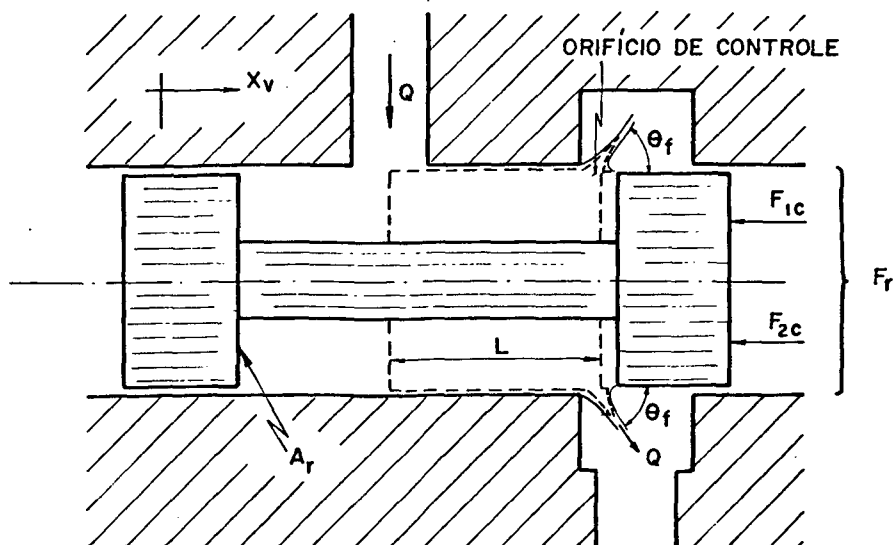


Figura (A.1) - Forças devido ao escoamento do fluido em uma câmara de uma servoválvula.

Aplicando, para o volume de controle delimitado por linhas tracejadas na figura (A.1), a equação da quantidade de movimento dada por:

$$\Sigma F = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_C} \rho \mathbf{V} dV + \int_{S_C} \rho \mathbf{V} \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (\text{A.1})$$

onde:

ΣF = somatório de forças que agem no volume de controle $|N|$.

\mathbf{V} = vetor velocidade $|m s^{-1}|$.

dV = diferencial de volume $|m^3|$.

$d\mathbf{A}$ = diferencial de área $|m^2|$.

a componente na direção axial será:

$$F_x = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_C} \rho V_{xvc} dV + \int_{S_C} \rho V_{xsc} \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (\text{A.2})$$

Considerando:

ρ = constante

$V = L A_r$ = volume de controle $|m^3|$

$V_{xvc} = \frac{Q}{A_r}$ = componente axial da velocidade do fluido no volume de controle $|m s^{-1}|$. (A.3)

$V_{xsc} = \frac{Q}{A_{vj}} = \cos(\theta_f)$ = componente axial da velocidade do fluido na superfície de controle $|m s^{-1}|$. (A.4)

onde:

- L = comprimento característico da câmara $|m|$.
 Q = vazão através da câmara da servoválvula (considere-se que o fluido seja incompressível) $|m^3 s^{-1}|$.
 A_r = área lateral interna do ressalto do carretel $|m^2|$.
 A_{vj} = área da vena contracta originada pelo escoamento no orifício de controle 'j' $|m^2|$.
 θ_f = ângulo do jato medido entre a normal à vena contracta e direção axial $|rad|$.

O primeiro termo do lado direito da equação (A.2) pode ser escrito como:

$$F_{1x} = \rho L \frac{dQ}{dt} \quad (A.5)$$

que corresponde à força de aceleração do fluido na câmara da servoválvula e que segundo a terceira lei de Newton, origina uma força de reação igual e contrária nas paredes da câmara, dada por:

$$F_{1c} = - F_{1x} = - \rho L \frac{Q}{|Q|} \frac{dQ}{dt} \quad (A.6)$$

onde:

F_{1c} = força em regime transiente atuante no carretel $|N|$.

Considerando a vazão através da câmara da servoválvula 'Q' positiva no sentido de 'X_v' positivo, o termo 'Q/|Q|' generaliza a expressão acima de modo que 'F_{1c}' será negativa para 'Q' positiva e vice-versa.

O segundo termo do lado direito na equação (A.2) pode ser escrito como:

$$F_{2x} = \rho \frac{Q^2}{A_{vj}} \cos (\theta_f) \quad (A.7)$$

e substituindo a equação (2.3.20) em (A.7), tem-se:

$$F_{2x} = \frac{\rho}{C_c} \frac{Q^2}{A_j} \cos (\theta_f) \quad (A.8)$$

onde:

$$A_j = \text{área do orifício de controle 'j' } |m^2|.$$

A equação (A.8) corresponde a componente na direção axial da força devido a aceleração do fluido na vena contracta [14] e a reação sobre a câmara da servoválvula, para qualquer sentido de deslocamento do carretel, é dada por:

$$F_{2c} = - F_{2x} = - \frac{X_v}{|XV|} \frac{\rho Q^2}{C_c A_j} \cos (\theta_f) \quad (A.9)$$

onde:

$$F_{2c} = \text{força em regime permanente atuante no carretel } |N|.$$

Como $0^\circ \leq \theta_f \leq 90^\circ$ e a vazão está ao quadrado, esta força será sempre no sentido negativo para ' X_v ' positivo e vice-versa.

Portanto, a força axial líquida atuante no carretel, será dada por:

$$F_r = F_{1c} + F_{2c} \quad (A.10)$$

ou seja:

$$F_r = - \rho L \frac{Q}{|Q|} \frac{dQ}{dt} - \frac{x_v}{|x_v|} \frac{\rho Q^2}{C_c A_j} \cos (\theta_f) \quad (A.11)$$

onde:

F_r = força de escoamento axial resultante no carretel
 $|N|$.

APÊNDICE B

DEDUÇÃO DAS FORÇAS DE ESCOAMENTO PARA UMA CÂMARA DE
SERVOVÁLVULA TIPO BOCAL-DEFLETOR DE EXTREMIDADE FINA

De acordo com [1], [11], [14] nesta análise pode-se considerar escoamento incompressível e em regime permanente, de modo que a equação da quantidade de movimento na direção axial (equação A.2) aplicada à figura (B.1) pode ser dada por:

$$\Sigma F_x = \int_{sc} \rho V_{xsc} V \cdot dA \quad (B.1)$$

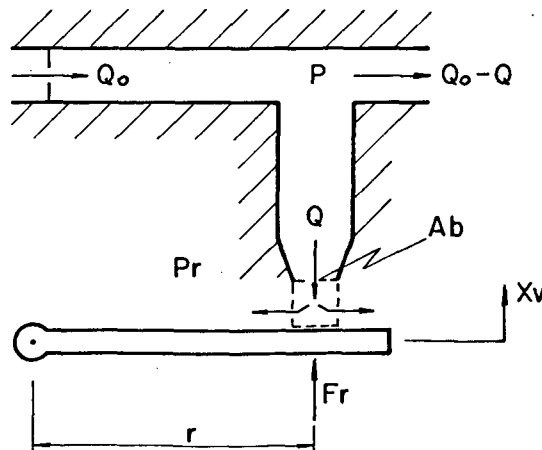


Figura (B.1) - Força devido ao fluido em uma câmara de servoválvula bocal-defletor.

Considerando que:

$$V_{xsc} = V_b = \text{velocidade do fluido no bocal } [m \ s^{-1}].$$

a equação (B.1) pode ser dada por:

$$F_r = (P_b - P_r) A_b + \rho V_b^2 A_b \quad (B.2)$$

onde:

F_r = força resultante no defletor devido ao fluido [N].

P_b = pressão no bocal [Pa].

A_b = área do bocal [m²].

Sendo que a equação de Bernoulli permite escrever:

$$P = P_b + \frac{V_b^2}{2} \quad (B.3)$$

onde:

P = pressão na câmara da servoválvula [Pa].

e como:

$$V_b = \frac{Q}{A_b} \quad (B.4)$$

$$A_b = \frac{\pi D_b^2}{4} \quad (B.5)$$

a equação (B.2) fica:

$$F_r = (P - P_r) \frac{\pi D_b^2}{4} + \frac{2 \rho Q^2}{\pi D_b^2} \quad (B.6)$$